文章编号:1671-6833(2005)01-0061-04

圆柱类转子构件在流体中的振动阻力研究

袁振伟[1,2], 褚福磊[1], 王三保[2]

(1.清华大学精密仪器与机械学系,北京 100084;2.郑州大学化工学院,河南 郑州 450002)

摘 要:依据流体力学的粘性阻力理论,以运动的转子构件——圆柱体为主体,利用矢量分析方法,导出了圆柱体在流体中横向振动时受到的流体阻力解析表达式.分析结果表明圆柱体在流体中横向振动时受到的阻力包括惯性项和阻尼项两部分,其动特性系数不仅与流体性质及圆柱体的结构尺寸有关,而且还与圆柱体的振动角速度有关.同时发现,惯性项中除了包括圆柱体在理想流体中横向振动时受到的惯性阻力外还增加了与粘性有关的部分;而阻尼项则由与粘性有关的两部分组成,其中一部分与流体密度有关,而另一部分与流体密度无关.导出的公式可用于转子系统的流固耦合动力学有限元建模,同时对流体机械及潜液机械构件的动力学设计具有一定指导意义.

关键词:圆柱;转子构件;振动;流体阻力;矢量分析法

中图分类号:TH 113.1;O 357.1　　**文献标识码:**A

0 引言

转子系统的大部分组件,包括滑动油膜轴承、动压环状密封及工作叶轮、涡轮等都处于流体中运动,流体与转子之间的相互作用,即流固耦合问题不可避免.实践证明,流固耦合作用在不同程度上影响着转子系统的动力学表现,尤其是在高转速情况下,其影响很大.关于滑动油膜轴承和动压环状密封已有大量研究[1~3],归纳出8个动特性系数以表征流体对转子的作用,其有效性早已得到工程实践的验证.而对静子与转子间具有较大间隙的工作叶轮、涡轮等转子构件,如何处理流体的作用目前仍处在探索之中.

R.Fritz[4],J.Antunes[5~7],孙启国等[8,9]以流体为主体,用流体力学的传统理论解析方法,先后研究了无限长大间隙环流中同、偏心转子类似油膜轴承的动特性系数,试图用该方式解决如泵、涡轮等转子系统中的流固耦合问题.但上述动特性系数均是基于转子平面涡动产生的平面环流,而没有考虑转子侧向摆动引起的偏摆振荡.同时,与油膜轴承相比,由于工程中实际转子结构千差万别,且相当复杂,目前还没有得到可用于工程实际的类似于油膜轴承动特性系数的大间隙环流结构动特性系数.文献[8]虽然对有限长大间隙环流中同心转子动特性系数进行了部分研究,但是与实际工程应用还有一定距离.尤其是对长径比远小于1而接近于平面环流的圆盘类结构如何处理没有涉及.本研究从另一角度,即以运动的转子构件为主体,用矢量分析方法来研究流体的作用.作者已在另一篇文章中讨论了圆盘的情况,本文再对圆柱体的情形作一探讨.

1 用矢量分析法建立速度场分布

设半径为R、长度为L的圆柱体在密度为ρ、粘度为η的流体中的运动速度为:$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_0\cdot e^{-\varphi}$,其中$\boldsymbol{u}_0$为常矢量.若速度为$\boldsymbol{u}_0$的无限远来流对圆柱体横向绕流的速度场为$\boldsymbol{V}'_0$,以速度$\boldsymbol{u}_0$沿垂直于轴线匀速直线运动的圆柱体引起的流场速度为$\boldsymbol{V}_0$,则有:$\boldsymbol{V}_0=\boldsymbol{V}_0+\boldsymbol{u}_0$.

由连续方程,对不可压缩流体:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{V}'_0=\nabla\cdot(\boldsymbol{V}_0+\boldsymbol{u}_0)=\nabla\cdot\boldsymbol{V}_0=0 \tag{1}$$

根据矢量分析理论,对于极矢量$\boldsymbol{V}_0$,一定存在轴矢量$\boldsymbol{A}$使$\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})=0$成立.所以,令

$$\boldsymbol{V}_0=\nabla\times\boldsymbol{A} \tag{2}$$

因为$\boldsymbol{A}$属于轴矢量,必为两个极矢量的矢积,而$\boldsymbol{A}$显然只与极矢量矢径$\boldsymbol{r}$和速度$\boldsymbol{u}_0$有关,所

收稿日期:2004-11-10;**修订日期:**2005-01-25

基金项目:教育部"跨世纪优秀人才培养计划"基金资助项目(320022005);国家高技术研究发展计划项目

作者简介:袁振伟(1963-),男,河南省尉氏县人,清华大学博士研究生,郑州大学副教授,主要从事旋转机械故障机理与诊断方法研究.

以 $\boldsymbol{A}$ 一定由 $r\times\boldsymbol{u}_0$ 构成. 对于完全对称的球体, $\boldsymbol{A}$ 是一个只与 r 有关的函数 $f(x)$ 的梯度 $f'(r)\boldsymbol{n}$(极矢量)与极矢量 $\boldsymbol{u}_0$ 的矢积, 即 $\boldsymbol{A}$ 具有 $f'(r)\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u}_0$ 的形式. 而对于无限长轴对称的圆柱体, 由于 $\boldsymbol{A}$ 与轴向位置坐标 z 无关, 所以也同样具有 $f'(r)\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u}_0$ 的形式. 令 $\boldsymbol{A}=f'(r)\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u}_0$, 注意到 $f'(r)\boldsymbol{n}=\nabla f$, 且 $\boldsymbol{u}_0$ 是常矢量, 则

$$\boldsymbol{V}_0=\nabla\times(\nabla\times f\boldsymbol{u}_0) \tag{3}$$

那么, 以速度 $u=u_0\cdot e^{-i\varphi}$ 在流体中振动的圆柱体引起的速度场为

$$\boldsymbol{V}=[\nabla\times(\nabla\times f\boldsymbol{u}_0)]\cdot e^{-i\varphi} \tag{4}$$

2 通过矢量符号运算求解速度场

再由动量方程, 对不可压缩流体:

$$\frac{\partial\boldsymbol{V}}{\partial t}+(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}=-\frac{1}{\rho}\nabla P+\frac{\eta}{\rho}\Delta\boldsymbol{V} \tag{5}$$

忽略上式等号左边第二项 $(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}$(后边有讨论), 得到线性化的 N-S 方程:

$$\frac{\partial\boldsymbol{V}}{\partial t}=-\frac{1}{\rho}\nabla\boldsymbol{P}+\frac{\eta}{\rho}\Delta\boldsymbol{V} \tag{6}$$

对上式两边取旋度, 并注意到 $\nabla\times(\nabla P)=0$, 则有

$$\frac{\partial(\nabla\times\boldsymbol{V})}{\partial t}=v\Delta(\nabla\times\boldsymbol{V}) \tag{7}$$

将式(4)代入式(7), 并注意到式(1), 通过矢量符号运算得到:

$$\nabla[v\Delta^2 f+i\omega\Delta f]=0 \tag{8}$$

$$v\Delta^2 f+i\omega\Delta f=\text{Constant} \tag{9}$$

由无穷远处边界条件可推知: Constant $=0$, 因此有

$$v\Delta^2 f+i\omega\Delta f=0 \tag{10}$$

解式(10)得 $f'=\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}r}=\dfrac{1}{r^2}\left[a e^{ikr}\left(r-\dfrac{1}{ik}\right)+b\right]$ 及 f 的二、三、四阶导数, 其中 $k=(i+1)\sqrt{\dfrac{\omega}{2v}}$. 则在柱坐标系下通过矢量符号运算得到:

$$\boldsymbol{V}_0=\left(f''-\frac{1}{r}f'\right)(\boldsymbol{u}_0\cdot\boldsymbol{n})\boldsymbol{n}-f''\boldsymbol{u}_0 \tag{11}$$

由边界条件: $r=R$ 时, $\boldsymbol{V}_0=u_0$, 可得到: $a=-\dfrac{3R}{ik}e^{-ikR}$, $b=-R^3\left(1-\dfrac{3}{ikR}-\dfrac{3}{k^2R^2}\right)$.

由式(11)知, $\boldsymbol{V}_0$ 的法向、切向和轴向分量分别为

$$V_{0r}=-\frac{1}{r}f'u_0\cos\theta \tag{12}$$

$$V_{0\theta}=f''u_0\sin\theta \tag{13}$$

$$V_{0z}=0 \tag{14}$$

3 由 N-S 方程求压力和应力场分布

根据粘性不可压缩流体的 N-S 方程及应力张量公式[10], 并将式(3)、(4)、(12)、(13)、(14)代入, 可得到

$$\nabla P_0=\eta\Delta\boldsymbol{V}_0-\rho\frac{\partial\boldsymbol{V}}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\nabla[\eta\Delta(\nabla f\cdot\boldsymbol{u}_0)+i\omega\rho\nabla f\cdot\boldsymbol{u}_0] \tag{15}$$

因而, 圆柱体周围压力分布为

$$\begin{aligned}P_0&=\eta\Delta(\nabla f\cdot\boldsymbol{u}_0)+i\omega\rho\nabla f\cdot\boldsymbol{u}_0+P_\infty\\&=\eta u_0\left(f'''+\frac{1}{r}f''-\frac{1}{r^2}f'\right)\cos\theta\\&\quad+i\omega\rho u_0 f'\cos\theta+P_\infty\end{aligned} \tag{16}$$

圆柱体周围应力张量分布为

$$\sigma'_{0rr}=2\eta\frac{\partial V_{0r}}{\partial r}=-2\eta u_0\left(\frac{1}{r}f''-\frac{1}{r^2}f'\right)\cos\theta \tag{17}$$

$$\sigma'_{0\theta\theta}=2\eta\left(\frac{1}{r}\frac{\partial V_{0\theta}}{\partial\theta}+\frac{V_{0r}}{r}\right)=2\eta u_0\left(\frac{1}{r}f''-\frac{1}{r^2}f'\right)\cos\theta \tag{18}$$

$$\sigma'_{0ZZ}=2\eta\frac{\partial V_{0Z}}{\partial z}=0 \tag{19}$$

$$\sigma'_{0r\theta}=\eta\left(\frac{1}{r}\frac{\partial V_{0r}}{\partial\theta}+\frac{\partial V_{0\theta}}{\partial r}-\frac{V_{0\theta}}{r}\right)=\eta u_0\left(f'''-\frac{1}{r}f''+\frac{1}{r^2}f'\right)\sin\theta \tag{20}$$

$$\sigma'_{0\theta z}=\eta\left(\frac{\partial V_{0\theta}}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_{0z}}{\partial\theta}\right)=0 \tag{21}$$

$$\sigma'_{0zr}=\eta\left(\frac{\partial V_{0z}}{\partial r}+\frac{\partial V_{0r}}{\partial z}\right)=0 \tag{22}$$

4 圆柱体上受到的流体阻力

作用在圆柱体上的总流体阻力显然平行于速度 $\boldsymbol{u}$. 因此, 将作用在圆柱体表面上的所有面力向 $\boldsymbol{u}$ 方向投影, 并沿整个圆柱面积分, 得到作用在单位长度圆柱体上的流体阻力为

$$\begin{aligned}F&=\frac{1}{L}\iint_A(-P_0\cos\theta+\sigma'_{0rr}\cos\theta\\&\quad-\sigma'_{0\theta\theta}\sin\theta-\sigma'_{0r\theta}\sin\theta)\cdot e^{-i\varphi}\mathrm{d}A\end{aligned} \tag{23}$$

在圆柱面上, $r=R$, 有

$$P_0=\left[3\eta\left(\frac{1}{R}-ik\right)-i\omega\rho R\right]u_0\cos\theta+P_\infty,$$

$$\sigma'_{0rr}=0,\ \sigma'_{0\theta\theta}=0,\ \sigma'_{0r\theta}=3\eta u_0\left(\frac{1}{R}-ik\right)\sin\theta.$$

代入式(23), 并注意到 $\delta=\sqrt{\dfrac{2v}{\omega}}$, $v=\dfrac{\eta}{\rho}$, 最后积分得到:

$$F=-6\pi R\sqrt{\frac{\eta\rho}{2\omega}}\left(1+\frac{R}{3\delta}\right)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}-6\pi\eta\left(1+\frac{R}{\delta}\right)u \tag{24}$$

5　算例

设某无限长圆柱体在无界流体中振动．已知：圆柱体半径为 R，振动速度为 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_0\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}$，流体密度为 ρ，流体动力粘度为 η．根据式(24)，计算结果如表 1 所示．

表 1　振动阻力随参数 R、ρ、η 和 ω 的变化

Tab.1　Variations of vibration resistance with parameters R，ρ，η and ω

R/m	0.05	0.10	0.15
惯性项	−7.920 6	−31.549 2	−70.885 8
阻尼项	−6.683 2	−13.347 5	−20.011 8
ρ/(kg·m^{-3})	500	1000	1500
惯性项	−3.974 1	−7.920 6	−11.862 6
阻尼项	−4.731 2	−6.683 2	−8.180 9
η/(kg·(m·s^{-1}))	0.000 5	0.001 0	0.001 5
惯性项	−7.901 1	−7.920 6	−7.935 6
阻尼项	−4.721 8	−6.683 2	−8.190 4
ω/rad	100	200	300
惯性项	−7.920 6	−7.901 1	−7.892 5
阻尼项	−6.683 2	−9.443 6	−11.561 8

从表 1 看出，圆柱体半径对惯性项和阻尼项影响均较大．惯性项几乎与圆柱体半径的平方成正比，阻尼项则几乎与圆柱体半径的一次方成正比．流体密度对惯性项和阻尼项都有较大影响．惯性项和阻尼项均随流体密度的增加而增大．流体粘度对惯性项影响较小，而对阻尼项影响相对较大．二者均随流体粘度的增加而增大．振动频率对惯性项影响较小，而对阻尼项影响相对较大．其中惯性项随振动频率的增加而缓慢减小，而阻尼项则随振动频率的增加而增大．

6　讨论

在上述公式推导过程中，为了得到线性化的 N−S 方程而忽略了$(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}$ 项．因此，有必要对所得到的公式的适应范围进行讨论．

由物体振动所引起的流体运动，在物体周围某一层内是有旋的，而经过一个较大距离就迅速变成势流．有旋流穿透深度 δ 的量级为 $\sqrt{\gamma/\omega}$．这里有两个重要的极限情况，即 δ 与振动圆柱体的半径 R 相比可以是个大量，也可以是个小量．

(1)　对于 $\delta\ll R$ 的情况．小雷诺数($Re\ll 1$)时，式(5)中的惯性项$(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}$ 可以忽略．

(2)　对于 $\delta\ll R$ 的情况．在物面附近，速度近乎切线方向．而在切线方向，只有经过物体尺度量级 R 的距离，速度才有明显的改变．因而

$$(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}\sim v^2/R$$

若圆柱体振动振幅为 a，则在圆柱表面附近流体的速度 $\boldsymbol{V}$ 具有 $a\omega$ 的量级，所以

$$(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}\sim v^2/R\sim(a\omega)^2/R,$$

而 $\partial v/\partial t\sim v\omega\sim a\omega^2$.

故对于小振幅 $a\ll R$，即使较大雷诺数，仍有$(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}\ll\partial v/\partial t$，惯性项$(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}$ 也可以忽略．

因此，本研究所得到的公式的适应范围是小雷诺数或大雷诺数而小振幅两种情况．

7　结论

通过上述理论推导，得到了圆柱体在流体中横向振动时受到的流体阻力解析表达式．从中可以得到以下几点结论：

(1)　圆柱体在流体中横向振动时，圆柱面上既受到由表面压力引起的压力阻力，又受到由剪应力引起的摩擦阻力．

(2)　作用在圆柱体上的总阻力由惯性项和阻尼项两部分组成．惯性项及阻尼项的系数除与圆柱体尺寸、流体密度和粘度有关外，还与圆柱体的振动角速度有关．其中，惯性项又包括两部分，一部分是与流体粘性无关的惯性力，它正是圆柱体在理想流体中振动时受到的惯性力；而另一部分则是与流体粘性有关的惯性力，这部分惯性力在理想流体中是没有的．而且，当有旋流穿透深度 δ 远远大于圆柱体半径 R 时，惯性项由流体粘性主导；而当有旋流穿透深度 δ 远远小于圆柱体半径 R 时，惯性项几乎与流体粘性无关．阻尼项也包括两部分，一部分是与流体密度有关的阻尼力；另一部分则是与流体密度无关的阻尼力．而且，当有旋流穿透深度 δ 远远大于圆柱体半径 R 时，阻尼项由流体粘性主导，而当有旋流穿透深度 δ 远远小于圆柱体半径 R 时，阻尼项由流体密度、流体粘性和振动频率共同决定．

(3)　本研究所导出的公式可用于转子系统流固耦合动力学有限元建模和指导流体机械动力学设计．

参考文献:

[1] BLACK H. Effects of hydraulic forces in annular pressure seals on the vibrations of centrifugal pump rotors[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1969, 11: 206～213.

[2] HIRS G G. A bulk flow theory for turbulence in lubricant films[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1973, 95: 137～146.

[3] CHILDS D. Finite length solutions for rotordynamic coefficients of turbulent annular seals[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1983, 105: 437～444.

[4] FRITZ R. The effects of an annular fluid on the vibrations of a long rotor (Part 1): Theory[J]. ASME Journal of Basic Engineering, 1970, 92: 923～929.

[5] ANTUNES J, AXISA F T. Dynamics of rotors immersed in eccentric annular flow (Part 1): Theory[J]. Journal of Fluids and Structures, 1996, 10: 893～918.

[6] ANTUNES J, MENDES J, MOREIRA M, et al. A theoretical model for nonlinear planar motions of rotors under fluid confinement[J]. Journal of Fluids and Structures, 1999, 13: 103～126.

[7] MOREIRA M, ANTUNES J, PINA H. A theoretical model for nonlinear orbital motions of rotors under fluid confinement[J]. Journal of Fluids and Structures, 2000, 14: 635～668.

[8] 孙启国,虞 烈. 大间隙环流中偏心转子动特性系数的数值分析方法[J]. 应用力学学报, 2000, 17(4): 45～49.

[9] 王定标,胡祥报,魏新利,等. 大型纵流壳程换热器三维流动与传热数值模拟[J]. 郑州大学学报(工学版), 2002, 23(3): 13～18.

[10] (苏)朗道•栗弗席茨. 流体力学(上册)[M]. 孔祥言,译. 北京:高等教育出版社, 1983.

Study of Moving Resistance of Vibrating Cylinder Immersed in Unbounded Fluid

YUAN Zhen-wei[1,2], CHU Fu-lei[1], WANG San-bao[2]

(1. Department of Precision Instruments and Mechanology, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. School of Chemical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: In this paper, several analytical expressions for the resistance of a vibrating cylinder immersed in unbounded fluid are obtained through theoretical extrapolations with vector analysis method, which is characterized by choosing the vibrating body as subject, on the basis of viscous fluid mechanics. It concludes that the dynamical coefficients of both the inertial and the damping are not only related to the properties of the fluid and the sizes of the cylinder, but also to the angular velocity of the vibrating body. Meanwhile, two important points are revealed. First, the inertial resistance involves not only the corresponding term in the inviscid fluids which is not related to fluid viscosity, but also the term related to fluid viscosity. Second, the damping resistance also includes two parts, both related to fluid viscosity. But one part is related to fluid density, whereas another part is not. Those deduced formulas will have practical value for finite element modeling of rotor systems with fluid-structure coupling problems.

Key words: immersed cylinder; rotor component; vibration; moving resistance; vector analysis method