

文章编号:1671-6833(2005)03-0024-04

# 基于曲率模态和小波变换的简支梁桥损伤识别方法

孙增寿<sup>1,2</sup>, 韩建刚<sup>1</sup>, 任伟新<sup>1</sup>

(1. 福州大学土木建筑工程学院, 福建 福州 350002; 2. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450002)

**摘 要:** 小波变换具有在时域和频域内表征信号局部特性的能力, 能够在不同尺度下对结构响应中的突变信号进行放大和识别. 本文在曲率模态基础上, 提出了一种基于小波变换的梁式结构损伤识别方法. 利用双正交小波函数对损伤前后结构的曲率模态进行小波变换, 通过小波变换系数的变化和分布情况建立了结构损伤指标, 可判定损伤存在, 确定损伤位置和估计损伤程度. 并通过一简支梁桥中 T 形截面梁的数值模拟对该方法进行了验证.

**关键词:** 小波变换; 曲率模态; 损伤识别

**中图分类号:** U 448.21; TH 65.3

**文献标识码:** A

## 0 引言

土木结构在使用过程中, 由于设计、施工、使用和环境等方面的原因, 往往会发生不同程度的损伤, 影响结构的受力性能. 为了保证结构安全, 必须确定其损伤位置和损伤程度, 为制定加固处理措施提供技术依据. 目前, 基于振动测试的结构损伤识别方法主要有基于频率、基于振型和基于柔度的损伤检测方法等<sup>[1]</sup>. 但损伤是一种典型的局部现象, 结构固有频率等参数对局部损伤有时并不十分敏感<sup>[2]</sup>. 而小波变换在时、频域都具有表征信号局部特征的能力, 能够聚焦到信号或函数的任意细节进行时、频域处理, 适合分析和识别结构响应中其它方法难以发现的局部损伤信息, 检测结构的损伤情况.

目前, 利用小波分析进行结构损伤检测的研究主要集中在两个方面. 一是损伤事件发生在连续观测过程中, 通过小波分解信号判定损伤时刻<sup>[3,4]</sup>; 二是利用小波分析确定当前结构的各阶频率范围, 与预先估计的不同损伤情况下的各阶频率范围进行比较, 通过不同频段的分解信号检测和识别损伤状态<sup>[5]</sup>, 这一点在机械故障诊断中应用比较广泛. 本文作者利用小波变换的优点, 将结构曲率模态和小波变换有机结合起来, 利用小

波变换系数的残差作为损伤指标, 能够确定结构损伤位置和估计损伤程度.

## 1 小波变换和小波函数选取

### 1.1 小波变换

小波变换是近年来从 Fourier 变换基础上发展起来的一个新的信号处理工具, 是一种窗口大小固定、但形状可变的时-频局部化分析方法<sup>[6~9]</sup>, 具有对信号的自适应性, 可以对非稳态信号进行多分辨率分析.

小波变换实际上是一个线性变换方法, 每个小波函数均有两个参数: 尺度因子  $a$  和平移因子  $b$ ,  $a, b$  均为实数,  $a > 0$ , 且可连续取值. 设  $\psi(x)$  表示  $L^2(R)$  空间中一个实或复的函数, 如果函数  $\psi(x)$  被认为是一个小波母函数, 分别用  $a, b$  伸缩和平移后, 产生一系列小波函数:

$$\psi_{(a,b)}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (1)$$

对任意函数或信号  $f(x) \in L^2(R)$ , 其在尺度  $a$  和位置  $b$  的小波变换由下式给出:

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{(a,b)}(x) dx \quad (2)$$

式(2)是一个关于  $a$  和  $b$  的二元函数, 体现了以

收稿日期: 2005-04-10; 修订日期: 2005-05-30

项目资助: 国家教育部新世纪优秀人才支持计划

作者简介: 孙增寿(1963-), 男, 河南省三门峡市人, 郑州大学副教授, 福州大学博士研究生, 主要从事结构损伤检测与鉴定加固研究工作.

$\psi_{(a,b)}(x)$  为标准  $f(x)$  的变化快慢情况, 当取小尺度, 小波沿时间轴收缩, 小波变换将给出被分析信号的局部信息; 当取大尺度, 小波沿时间轴膨胀, 小波变换将给出被分析信号的整体信息. 这正是本文提出的结构损伤识别方法的依据.

1.2 小波函数选取

在小波变换过程中, 选取或构造适当的小波函数是十分重要的. 可供选择的小波函数很多, 有 Gaussian、Daubechies 和 Borthogonal 小波等, 用不同小波函数分析同一问题时所得到的结果也有所差别. 为此, 应根据信号特征和分析目的选择适合检测局部突变信号的小波函数. 具体按下列原则选择最优小波:

- (1) 从常用小波中排除不能实施快速小波变换的小波, 如 Gaussian、Mexican Hat 小波等;
- (2) 根据对称性和精确重构所分析信号的要求, 应选择 Haar 小波和 Borthogonal 小波;
- (3) 根据正则性<sup>[1,3]</sup>和消失矩要求选择分析用小波函数, 只有 Borthogonal 小波满足分析要求;
- (4) 不同 Borthogonal 小波的正则性随阶次  $N$  的增加而增加, 因此最大  $N_r$ 、 $N_d$  的小波(hior 6.8)是最理想的小波, 此时结构损伤信号的局部突变将引起小波变换系数比较明显的变化.

2 结构损伤的检测步骤

结构局部损伤在结构整体变形中会有所体现, 一旦结构发生损伤, 邻近损伤部位的结构响应将出现难以观察到的微小突变, 但利用小波变换对局部信号进行放大, 可通过小波变换系数的变化来分析和确定信号中的突变点, 也就是损伤的存在和损伤位置. 具体分如下 5 个步骤:

- (1) 通过实测结构响应信号计算结构的位移模态, 进一步计算结构的曲率模态;
- (2) 选择hior 6.8 小波对曲率模态进行连续小波变换, 计算小波变换系数;
- (3) 计算损伤前后小波变换系数的差值  $DC_{i,j}$ , 并根据  $DC_{i,j}$  沿结构轴线的分布情况初步判定损伤位置;
- (4) 综合考察截断模态下小波变换系数的变化情况, 计算损伤指标  $D$ , 并绘制  $D$  沿结构轴线的分布图, 根据  $D$  的峰值点位置确定损伤位置;
- (5) 计算损伤位置处各阶曲率模态的小波变换系数差之和  $SDC_k$ , 估计结构损伤程度.

3 数值模拟

以一简支梁桥中 30 m 跨的 T 形截面梁作为

分析模型. 梁采用 C40 混凝土, 弹性模量  $E = 33$  GPa, 密度  $\gamma = 2\,500\text{ kg/m}^3$ , 泊松比为 0.2, 横截面如图 1 所示. 将梁平均划分为 30 个单元, 用单元刚度降低模拟桥梁损伤, 分 3 种损伤工况: ①损伤点位于单元 8、20, 损伤程度 10%; ②损伤点位于单元 8, 损伤程度 10%; ③损伤点位于单元 8、20, 损伤程度分别为 10% 和 20%. 在数值模拟中, 首先对损伤和未损伤梁进行有限元分析; 然后利用 hior 6.8 小波对曲率模态进行连续小波变换, 进而识别结构损伤.

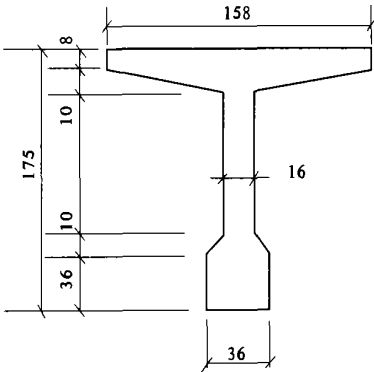


图 1 T 形梁横截面 (单位: cm)  
Fig. 1 The section of T-beam (unit: cm)

3.1 损伤定位

梁的振动方程为

[ M ] { w ¨ } + [ C ] { w ˙ } + [ K ] { w } = { f ( t ) } (3)

式中 [ M ] [ C ] [ K ] 分别为质量、阻尼和刚度矩阵. 引入模态坐标  $q(t)$ , 横向振动位移  $w$  可表示为

{ w } = ∑ i = 1 n { ϕ } i q i ( t ) = [ Φ ] { q } (4)

式中  $\phi$  和  $\Phi$  分别是位移模态振型和模态矩阵. 假定  $C$  为比例黏性阻尼, 将式(4)代入方程(3)并求解方程得  $r$  阶模态响应

q r ( ω ) = P r ( ω ) K r − ω 2 M r + j ω C r = H r ( ω ) P r ( ω ) (5)

式中:  $M_r$ 、 $C_r$ 、 $K_r$  分别为模态质量、模态阻尼和模态刚度;  $H_r(\omega)$  为频响函数;  $P_r(\omega)$  为  $r$  阶广义力. 在实验模态分析中, 通过频响函数可求解出结构的模态参数, 然后在位移模态振型基础上按下式近似计算曲率模态振型<sup>[9]</sup>

ϕ i j ″ = ϕ i − 1 j − 2 ϕ i j + ϕ i + 1 j l i − l i ( i = 1 , 2 , … , n − 1 ; j = 1 , 2 , … , m ) (6)

式中: 下标  $i$  为节点号;  $j$  为模态阶次;  $m$  为截断

模态阶数. 进而进行小波变换, 通过小波变换系数的变化情况识别结构损伤. 用  $DC_{i,j}$  表示结构损伤前后第  $j$  阶曲率模态下  $i$  节点处的小波变换系数差, 按下式计算:

$$DC_{i,j} = C(a,b)_{i,j}^d - C(a,b)_{i,j}^u \quad (7)$$

式中:  $C(a,b)_{i,j}^u$ 、 $C(a,b)_{i,j}^d$  分别为损伤前后第  $j$  阶曲率模态下  $i$  节点处的小波变换系数.

图 2 所示为梁在工况 1 损伤前后的前三阶曲率模态, 在损伤位置存在微小突变. 而采用  $\text{hior } 6.8$  小波在尺度 256 下对曲率模态进行小波变换后, 损伤位置处  $DC_{i,j}$  的绝对值明显大于其余部位, 如图 3、4 所示, 可据此初步判定损伤位置. 在实际结构损伤检测中, 往往测点数量有限, 为了降低按式 (6) 计算曲率模态的误差, 可采用三次样条函数对位移模态先行插值, 然后进行曲率模态计算和小波变换.

但是, 同一损伤工况在各阶曲率模态下的小波变换系数差别较大. 如图 4 所示, 四阶曲率模态的小波变换系数在损伤位置 1 处基本没有变化, 这与损伤位于四阶模态零点附近是基本对应的. 所以在具体损伤检测时, 应根据结构实际特征, 综合考察各阶模态下小波变换系数差的分布情况来确定损伤位置. 为此, 下面考察综合反映结构前  $m$  阶模态小波变换系数变化情况的损伤指标  $D_i$ :

$$D_i = \left( \sum_{j=1}^m DC_{i,j} \right)^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m) \quad (8)$$

式中:  $i, j, m, n$  意义同前, 本文取  $m=5$ , 此时损伤指标基本趋于稳定. 图 5 为工况 1 前五阶曲率模态的损伤指标分, 可明确指出损伤位置在单元 8 和单元 20.

3.2 损伤程度估计

从上述结构损伤识别过程中发现, 损伤程度越大, 小波变换系数的  $DC_{i,j}$  也越大, 如图 5 所示, 说明通过  $DC_{i,j}$  不仅能够判定损伤位置, 而且能够估计损伤程度的大小. 为此, 在损伤定位基础上仅考察损伤位置处小波变换系数的变化情况, 经多种损伤情况的分析计算显示, 损伤程度和截断模态下小波变换系数差  $DC_{i,j}$  之和  $SDC_k$  的关系如图 6 所示, 基本上呈线性关系, 线性回归方程为

$$\beta_k = \frac{E_d}{E_0} = 7.1 \cdot SDC_k = 7.1 \sum_{j=1}^m D_{k,j} \quad (9)$$

式中:  $\beta_k$  为损伤程度;  $k$  为损伤位置;  $m, j$  的意义同前.

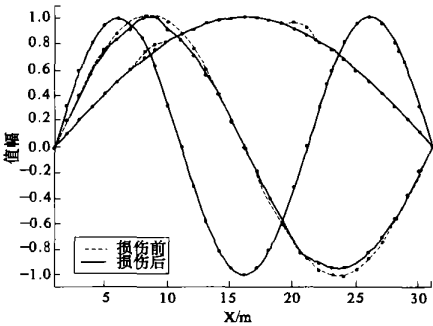


图 2 工况 1 损伤前后前三阶曲率模态  
Fig. 2 The 1<sup>st</sup> ~ 3<sup>rd</sup> curvature modes of case 1

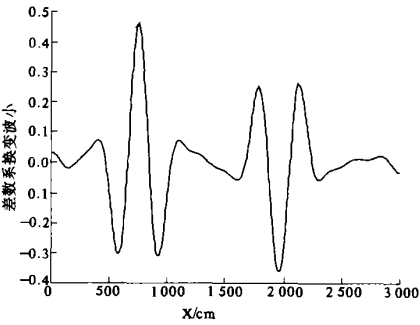


图 3 工况 1 损伤前后二阶曲率模态小波系数变化  
Fig. 3 The wavelet coefficient change of 2nd mode of case 1

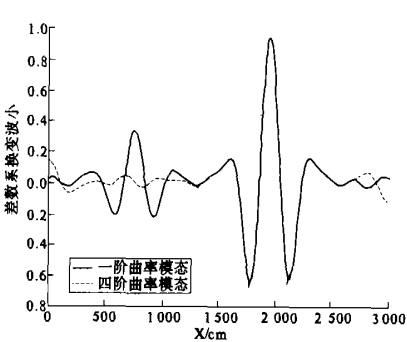


图 4 工况 3 一、四阶曲率模态小波变换系数差分布  
Fig. 4 The wavelet coefficient difference of 1<sup>st</sup> and 4<sup>th</sup> mode of case 3

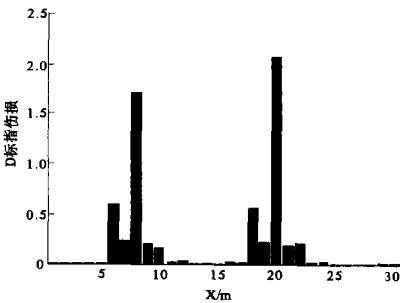


图 5 工况 1 损伤指标 D  
Fig. 5 The damage index D of case 1

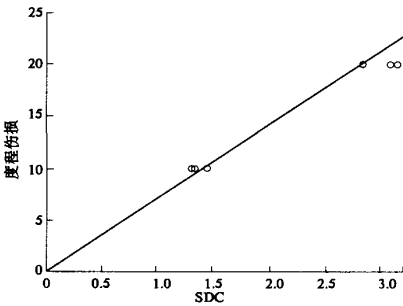


图 6 损伤程度—SDC 关系图

Fig. 6 The relation between  $\beta$  and SDC

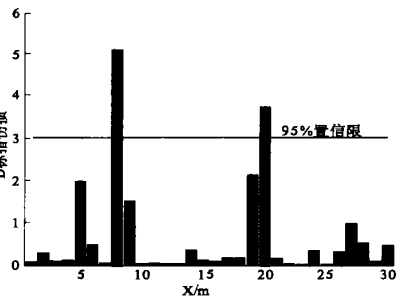


图 7 工况 1 含 0.2% 噪声情况下的损伤指标

Fig. 7 The damage index  $D$  of case 1(include 0.2% noise)

4 噪声对损伤识别的影响

由于测试系统和测试环境的影响,在观测信号中不可避免地存在噪声.为了探讨噪声对结构损伤识别方法的影响,本文在模拟数据中加入均值为零的白噪声,得到含噪信号

$$f_n(x)=f(x)(1+r) \tag{10}$$

式中: $r$  为随机数(均值为零的白噪声).考虑到模拟损伤程度较小,噪声水平取 $r=0.2\%$ .以工况 1 为例,采用上述方法对 $f_n(x)$  进行分析后得图 7 所示损伤指标图,从损伤指标的分布情况也能判定损伤位置,说明该方法具有一定的抗噪能力.但在 5 m 和 27 m 处损伤指标的数值也比较大,为此在统计分析基础上建立图 7 所示损伤判定置信界限,单元 8 和 20 的损伤指标位于置信限上部,说明其损伤概率在 95% 以上.同时,噪声也影响到损伤位置处损伤指标的数值大小,影响到损伤程度的估计,关于这一点还需要进一步的研究.另外,影响损伤识别的最大噪声水平和损伤程度的大小有关,如果损伤程度较小,而噪声水平较高的话,损伤位置将不能被检测出来.对此,可采用先进的测试技术与设备,或者采取一些降噪方法预先对信号进行处理,减小和降低噪声的影响.

5 结束语

本文作者利用小波变换能够在不同尺度下对信号进行局部放大的优点,提出了基于曲率模态和小波变换的简支梁桥损伤识别方法.该方法在结构前  $m$  阶曲率模态基础上,选择  $hior 6.8$  小波对损伤前后结构的曲率模态进行一维连续小波变换,以损伤前后小波变换系数的变化作为损伤指标,通过损伤指标峰值沿结构轴线的分布情况进行损伤检测和定位,并给出了结构损伤程度估计公式.通过一 T 形截面梁的数值模拟显示,结构曲率模态经小波变换后,损伤引起的局部突变特征可通过损伤指标更加明显地反映出来,可用于检测和识别结构损伤,具体有下列 3 点结论.

- (1) 结构损伤指标  $D$  能够较好地 从结构响应信号中提取损伤信息,准确判定损伤位置;
- (2) 曲率模态基础上的小波变换系数差和结构损伤程度基本上呈线性关系,据此可估计结构损伤程度;
- (3) 该方法仅要求曲率模态,方法简单,具有一定的适用性.

参考文献:

[ 1 ] DOEBLING W, FARRAR C R, PRI ARRAR M B, et al . Damage identification and monitoring of structural and me - chanical systems from changes in their vibration character - istics : a literature review[ R ] .New Mexico : Los Alamos National Laboratory , 1996.

[ 2 ] 张德文,魏阜旋. 模型修正与破损诊断[ M ] .北京: 科学出版社,1999. 111~127.

[ 3 ] ADRIANA H, ZHIKUN H. Application of wavelet ap - proach for ASCE structural health monitoring benchmark studies[ J ] .Journal of Engineering Mechanics , ASCE , 2004, 13( 1 ) : 96~104.

[ 4 ] HOU Z, NOORI M, AMAND R S . Wavelet - based ap - proach for structural damage detection[ J ] .Journal of Engi - neering Mechanics , ASCE , 2000, 12( 7 ) : 677~683.

[ 5 ] 陈长征,罗跃纲,白秉三,等. 结构损伤检测与智能诊 断[ M ] .北京: 科学技术出版社,2001, 100~108.

[ 6 ] 飞思科技产品研发中心. MATLAB 6. 5 辅助小波分析 与应用[ M ] .北京: 电子工业出版社,2001, 27~33.

[ 7 ] 胡昌华,张军波,夏 军,等. 基于 MATLAB 的系统分 析与设计——小波分析[ M ] .西安: 西安电子科技 大学出版社,1999.

[ 8 ] 彭玉华. 小波变换与工程应用[ M ] .北京: 科学出版 社,1999.

( 下转第 31 页)

究[J].岩土工程学报,2001,23(3):319~323.

[4] 李象范.上海地区基坑工程中的复合土钉技术[J].建筑施工,2001,23(6):363~369.

[5] 郭院成,周同和,宋建学,等.水泥土桩复合土钉支护结构的工程设计[J].工业建筑,2004,(增刊):248~252.

[6] 秦四清,王建党.土钉支护机理与优化设计[M].北京:地质出版社,1999.

[7] 陈利洲,庄平辉,何之民.复合型土钉墙支护与土钉墙的变形比较[J].施工技术,2001,30(1):26~28.

[8] 郭院成,周同和,宋建学.桩锚与土钉联合支护结构的工程实例[J].郑州大学学报(工学版),2003,24(2):26~28.

Study on Functions of Cement soil Pile in Composite Retaining of  
Cement -soil Pile and Soiling Nailing (CRCSPSN)

GUO Yuan -cheng , QIN Hui -tai , SHEN Li -mei  
(School of Civil Engineering ,Zhengzhou University , Zhengzhou 450002,China)

**Abstract** : CRCSPSN as a new retaining system , has double functions -retaining and preventing water . Compared with soil nailing , CRCSPSN has many advantages , such as reducing side displacement of pit , accelerating excavation speed , rationalizing internal forces in soil nails , refining surroundings , etc . By comparing the force -deformation mechanism of CRCSPSN and soil nailing , the functions of cement -soil pile in CRCSPSN is studied in this paper . These functions include improving free excavation height of pit , load transmission by the friction produced by piles and soil , making the side displacement curve even and critical slip surface forward . This paper may provide some guidance for measures taken for completing deformation control and improving construction speed in construction of CRCSPSN .

**Key words** : geotechnical engineering ; composite soil nailing ; action mechanism ; force deformation

( 上接第 27 页)

[9] 李德葆,陆秋海.实验模态分析及其应用[M].北京:科学技术出版社,2001,228~233.

An Identification Method of Simple Beam Bridge's Damages Based on  
Curvature Mode and Wavelet Transform

SUN Zeng -shou<sup>1,2</sup> , HAN Jian -gang<sup>1</sup> , REN Wei -xin<sup>1</sup>  
( 1. School of Civil Engineering , Fuzhou University , Fuzhou 350002, China ; 2. School of Civil Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002, China)

**Abstract** : The wavelet transform may present the local properties of signal in time frequency domain , and can zoom up and recognize the mutation signal of structural response under different scales . Based on curvature mode and wavelet transform , this paper presents a recognition method for structural damages . The structural curvature mode curves before and after damage are transformed in biorthogonal wavelets . The structural damage index is presented with the change and distribution of wavelet transform coefficients . It may be used to determine occurrence , location and degree of damage . And the method has been verified by the numerical simulation of a simple beam bridge . The simulation results show that the method is effective .

**Key words** : wavelet transform ; curvature mode ; damage identification