

文章编号:1671-6833(2005)04-0029-05

悬索桥主缆的次应力分析

张 伟¹, 潘 方²

(1. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学建筑设计研究院市政分院, 上海 200092)

摘 要: 针对在主缆的设计中, 采用高的安全系数避免对细部次应力分析而使主缆的承载能力没有充分发挥的现状, 尝试对悬索桥的次应力进行较为详细的分析. 对悬索桥的主缆由于丝股长度差异、钢丝弹性模量差异以及钢丝弯曲等原因产生的次应力进行分析, 并给出了相应的经验计算公式; 对缆索角度变化产生的次应力, 对以往的计算方法进行了分析, 并针对更一般的情况进行了理论分析和公式推导, 给出了计算算法; 对于由于缆索形状的变化而产生次应力, 分解为空隙率差异、截面特性差异、截面形状差异三部分进行分析. 分析了悬索桥主缆出主鞍近六边形截面到第一个索夹处圆形截面引起的次应力. 最后, 结合国内某大跨度悬索桥主缆次应力计算的实例, 对次应力的发生部位以及次应力对结构安全的影响进行了分析, 并按照英国、日本和丹麦大跨度悬索桥主缆安全系数的计算方法对实例的安全系数进行了分析, 认为其安全性能得到保证.

关键词: 悬索桥; 缆索; 次应力; 设计
中图分类号: U 448.25 **文献标识码:** A

0 引言

悬索桥是以缆索为主要承重构件的桥梁, 在大跨径桥梁的设计中, 具有较强的竞争力. 目前主跨超过 1 000 m 以上的桥梁, 主要采用悬索桥这种桥型. 悬索桥主要的受力构件是悬索桥的主缆, 而吊索的主要作用则是传力, 负责联结主缆和主梁, 桥面系上的荷载将由吊索传至主缆. 国内在近十多年来, 也修建了很多的大跨度的悬索桥, 在设计中进一步认识了许多悬索桥细部设计中需要注意的问题. 对于主缆的次应力, 由于其影响因素多样, 在悬索桥设计中一般是通过考虑将主缆总的安全系数设定的比较高(一般取为 2.2~2.7 左右^[1]) 来确保主缆的安全性. 国内业已建成许多大跨度悬索桥, 但对于主缆次应力的分析却鲜有文献进行细致分析. 作者尝试对国内外相关悬索桥次应力的细部计算和分析进行总结, 并加以深化, 以期达到抛砖引玉的作用, 希望对今后的设计能够略有裨益.

悬索桥验算安全系数时, 一般都是考虑各钢丝均匀受力的, 并未考虑局部的丝股弯曲和不均匀伸长等因素所产生的应力, 这就是所谓的次应

力. 下面对有关的次应力进行分类介绍.

1 丝股长度差异次应力

悬索桥因丝股长度差异而引起的次应力主要有两个来源: 其一是制造误差. 交通部《悬索桥预制主缆丝股技术条件(JT/T 395-1999)》规定: 标准丝制作要求测长精度在 1/15 000 以上, 而成品丝股要求测长精度在 1/12 000 以上^[2]. 其二是安装误差, 这包括基准股和一般股的垂度误差, 此误差由测量误差引起, 根据经验, 垂度误差约为 15 cm.

$$\sigma_z = \frac{\Delta l}{l} \cdot E \tag{1}$$

式中: σ_z 表示制造误差次应力; $\frac{\Delta l}{l}$ 表示测长精度的下限.

缆索两支点等高时在均布荷载下的几何形状可以用下式表示

$$y = \frac{fx(x-L)}{L^2} \tag{2}$$

缆索轴力的水平分量为

$$H = \frac{qL^2}{8f} = \frac{qL}{8m} \tag{3}$$

收稿日期: 2005-06-28; 修订日期: 2005-09-10

作者简介: 张 伟 (1978-), 男, 安徽利辛人, 同济大学在读博士研究生, 主要从事桥梁结构设计和桥梁抗风抗震方面的研究.

则缆索长度为³

$$S=\frac{2H}{q}\cdot\text{sh}(qL/2H)=\frac{(\text{sh}\frac{4n}{4n})L}{4n}.$$

取其微段有 $\Delta S=L\cdot\frac{4n\text{ch}\frac{4n}{4n}-\text{sh}\frac{4n}{4n}}{4n^2}\Delta n$.

式中: S 为主缆长度; L 为中跨跨径; n 为空缆矢跨比; q 为沿缆荷载集度.

则安装次应力 σ_{az} 可表示成为

$$\sigma_{az}=\frac{\Delta S}{S}\cdot E=\frac{L}{n}\cdot\left(\frac{4n\text{ch}\frac{4n}{4n}}{\text{sh}\frac{4n}{4n}}-1\right)\cdot E\cdot\Delta n \quad (4)$$

2 弹性模量差异次应力

同索股的长度制作误差类似,索股在制作过程中也会产生弹性模量的差异.交通部《悬索桥预制主缆钢丝股技术条件(JT/T 395-1999)》规定:高强镀锌钢丝的弹性模量为 $2.0\times 10^5\text{MPa}^{[3]}$,允许误差为 $\pm 5\%$.索股弹性模量差异次应力可以表示成:

$$\sigma=\frac{\Delta E\cdot\sigma}{E} \quad (5)$$

3 钢丝弯曲次应力

钢丝不是纯拉构件,同时还有抗弯刚度,当其因构造需要而绕过圆弧时,就会产生与弯曲圆弧半径相关的弯曲次应力.可能发生弯曲应力的地方包括主缆绕过鞍槽(包括主索鞍和散索鞍),主缆钢丝绕过靴跟(对于 AS 法施工钢丝),主缆因索夹夹紧而引起索夹出口处钢丝的弯曲.

对于前两者,钢丝弯曲应力跟三个因素有关,即所绕物体的曲率半径,主缆的直径以及组成主缆的钢丝的直径.此弯曲应力,一般通过试验来确定.在没有试验资料的情况下,可以采用以下经验公式计算³

$$\sigma_w=C\cdot E\cdot\frac{\delta}{D_r} \quad (6)$$

式中: C 为系数, $C=0.104+0.08\frac{d}{D_r}$, d 表示主缆直径; D_r 表示主缆绕过构件的直径; δ 表示组成主缆的钢丝的直径.

主缆在有索夹和没有索夹的地方,其孔隙率是不一样的.国外的工程实践经验是在索夹内为 18% ,而在索夹外为 20% .国内一些大跨度悬索桥的建设实施得出经验结论略有不同,某悬索桥实际最小为 14% ,平均为 16.6% ,按照国内现存的主缆施工方案,建议今后设计的空隙率在索夹内取用 16% ,并能适应空隙率 $14\%\sim 18\%$ 的要求.空隙率的大小对索夹的夹紧会有较大的影响.

如果设计空隙率与实际空隙率有较大的差别,则会造成索夹无法夹紧,就需要对索夹边缘进行重新加工,增加施工复杂性.

在这里,由于索夹内外空隙率的变化,主缆也会在索夹出口处产生钢丝弯曲,从而产生次应力.由于半径的差异,应变可以表示为⁴

$$\delta=\frac{(R_{sj}+r)\theta-R_{sj}\theta}{R_{sj}\theta}=r/R_{sj} \quad (7)$$

则索夹处钢丝弯曲次应力即为

$$\sigma_{sj}=r\cdot E/R_{sj} \quad (8)$$

式中: r 表示钢丝半径; R_{sj} 表示钢丝在索夹出口处的弯曲半径.

假设 S_L 为索夹出口处钢丝弯曲曲线沿大缆直径方向距离, A 为主缆的净面积; j 为索夹外实心率; j_0 为索夹内实心率, D 为主缆索夹外直径, D_0 为主缆索夹内直径,则有

$$S_L=\frac{D}{2}-\frac{D_0}{2}=\left(\sqrt{\frac{1}{j}}-\sqrt{\frac{1}{j_0}}\right)\sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (9)$$

而钢丝在索夹出口处的弯曲半径 R_{sj} 可以表示为

$$R_{sj}=\frac{b^2+S_L^2}{2S_L} \quad (10)$$

式中: b 为曲线起终点沿主缆方向距离,根据经验,一般假定 $b=10\text{cm}$.

4 缆索角度变化引起的次应力

直径适度的钢丝所构成的缆索通常可以假设成为无弯曲刚度的柔索,但在局部的分析研究中,就可能需要计入缆索的实际弯曲刚度.在悬索桥空缆状态到成桥状态或在车辆荷载、风荷载或是温度变化的影响作用下,缆索的形状会发生变化,从而在缆端也就是与鞍座处缆索的出口附近会产生很大的次应力.

Nels J. Gmsing^[3] 推导了索鞍处缆索角变位产生的次应力计算公式:

$$\sigma_{\theta}=\frac{M_{1-2}d_c}{J_c}=\frac{\left[\sqrt{\frac{1}{4}T^2\lambda_{\theta}^2+EJ_cT\frac{\lambda_{\theta}}{C_b}-\frac{1}{2}T\lambda_{\theta}}\right]\Delta\varphi_1d_c}{J_c} \quad (11)$$

式中: M_{1-2} 表示靠近索鞍的钢索内的弯矩; T 表示主缆索力; J_c 表示主缆的抗弯刚度; λ_{θ} 表示索夹的有效长度($\lambda_{\theta}=\lambda+\frac{d_c}{2}\sqrt{\frac{E}{q}}$); $\Delta\varphi_1$ 表示出索鞍出处的角度变化值; C_b 表示索夹之间的距离; d_c 表示主缆直径.

其基本假定为,假定钢索在初始状态为直索,采用主缆端部的转角 $\Delta\varphi_1$ 代替整索的变形,并且假定索股为等距离布置.同时,在计算推导过程中还使用到每个索夹处索夹转角呈等比数列的补充条件.下面对更为一般的情况进行说明.

对于图 1 中所示计算模型,在两端均有角度变化的情况下,中间索夹有转角 $\Delta\varphi_2$,根据弯矩平衡条件,有

$$\frac{EJ_c}{C_1}(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2) + \frac{EJ_c}{C_2}(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2) = T\lambda_{be} \Delta\varphi_2 \tag{12}$$

式中: T 表示主缆的拉力.

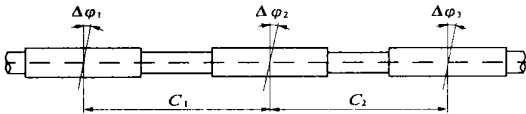


图 1 缆索角度变位示意

Fig. 1 Sketch of cable angular deflection

值得注意的是,主缆的拉力 T 在不同的索夹处的大小是不同的,而其水平分量是相同的,设每个索夹处的倾角为 φ_1 ,主缆拉力水平分量为 H ,则有

$$\frac{EJ_c}{C_1}(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2) + \frac{EJ_c}{C_2}(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2) = \frac{H}{\cos \varphi_2} \lambda_{be} \Delta\varphi_2 \tag{13}$$

可以得到三个角度之间的关系式如下:

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 \left(\frac{H\lambda_{be} C_1}{\cos \varphi_2 E} + 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) - \frac{C_1}{C_2} \Delta\varphi_3 \tag{14}$$

因而,

$$\Delta\varphi_{k-2} = \Delta\varphi_k \left(\frac{H\lambda_{be} C_{k-2}}{\cos \varphi_{k-1} E} + 1 + \frac{C_{k-2}}{C_{k-1}} \right) - \frac{C_{k-2}}{C_{k-1}} \Delta\varphi_k \tag{15}$$

可以将上述 $k-2$ 个方程联立,得到

$$\begin{cases} \Delta\varphi_1 \left(\frac{H\lambda_{be} C_1}{\cos \varphi_2 E} + 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) - \frac{C_1}{C_2} \Delta\varphi_3 = \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 \left(\frac{H\lambda_{be} C_2}{\cos \varphi_3 E} + 1 + \frac{C_2}{C_3} \right) + \frac{C_2}{C_3} \Delta\varphi_4 = 0 \\ \dots\dots \\ \Delta\varphi_{k-2} - \Delta\varphi_{k-1} \left(\frac{H\lambda_{be} C_{k-2}}{\cos \varphi_{k-1} E} + 1 + \frac{C_{k-2}}{C_{k-1}} \right) = -\frac{C_{k-2}}{C_{k-1}} \Delta\varphi_k \\ \Delta\varphi_{k-2} - \frac{C_1}{C_2} \Delta\varphi_3 = \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_{k-3} + \frac{C_2}{C_3} \Delta\varphi_4 = 0 \\ \dots\dots \\ \Delta\varphi_{k-2} - \Delta\varphi_{k-1} = -\frac{C_{k-2}}{C_{k-1}} \Delta\varphi_k \end{cases} \tag{16}$$

由上式,由于出鞍角度已知,易求得 $\Delta\varphi_i (i = 2 \rightarrow k-1)$.

而在大跨度悬索桥的荷载中,恒载是主要的,而在恒载和对称荷载作用下,可以认为跨中的索夹一直保持为水平状态,也就是说,跨中转角

$$\Delta\varphi_n = 0 \tag{17}$$

这样,可以根据跨中处得到

$$\Delta\varphi_{n-2} = \Delta\varphi_n \left(\frac{H\lambda_{be} C_{n-2}}{\cos \varphi_{n-1} E} + 1 + \frac{C_{n-2}}{C_{n-1}} \right) \tag{18}$$

通过上述线性关系,再根据已知的主缆端部的转角 $\Delta\varphi_1$,就可以求得 $\Delta\varphi_2$,因此索股弯曲产生的弯矩为

$$M_{1-2} = \frac{EJ_c}{C_1}(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2) \tag{19}$$

应力为

$$\sigma_c = \frac{M_{1-2} d_c}{2J_c} \tag{20}$$

很显然,这部分弯曲应力跟主缆的直径成正比,当悬索桥的跨度增加,荷载增大时,主缆的直径也需要相应增大,这部分弯曲应力将对主缆的直径增加产生制约.国外学者建议主缆的直径不宜大于 1 m,此时次应力将比较大,而建议比选两根细些的主缆,乔治华盛顿桥和维拉扎诺桥都是采用了直径小于 1 m 的 4 根主缆,直径为 0.91m^[9].

索夹转动同时还会产生局部弯应力^[4,9]:

$$\sigma_{b1} = 2 \Delta\varphi \sqrt{E \sigma_c} \tag{21}$$

式中: σ_c 为主缆的轴向应力.

5 缆索出鞍处次应力

缆索出鞍处的次应力主要来源于几个方面:其一,空隙率的变化.由于主缆在鞍座内的空隙率较小,而出鞍后将恢复较大的空隙率,空隙率的变化将产生次应力,计算方法见上节.其二,由于圆形截面和六角形截面形状的不同,也使得主缆截面的抗弯刚度不同,因此在第 4 节计算得到的

M_{1-2} 在作用在出鞍截面时, $\sigma_c = \frac{M_{1-2} h_{hex}}{2J_{hex}}$,其中 J_{hex} 表示出鞍断面的抗弯刚度, h_{hex} 表示出鞍断面的高度.其三,缆索形状的变化.缆索在鞍座内的形状为六边形,而出鞍后缆索将恢复成圆形.在变化过程中,截面上各钢丝的长度是不同的,此长度变化如果由于索之间的摩擦力所约束,将产生次应力.以正六边形变化至圆形为例,二者面积相同,截面如图 2 所示.

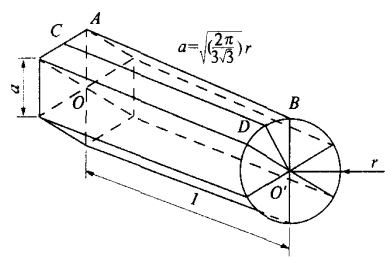


图 2 截面形状变化示意

Fig.2 Sketch of section deformation

AB 长度为

$$L_{AB} = \sqrt{2 + (1 - \sqrt{\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}})^2} r^2 ;$$

CD 长度为

$$L_{CD} = \sqrt{2 + (1 - \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}}})^2} r^2 .$$

则由于截面形状变化引起的次应力为

$$\sigma_c = E \Delta = E \cdot (\text{Max}(L_{AB}, L_{CD}) - L_{00}) \quad (22)$$

截面形状变化引起的次应力在截面变化长度较大时产生应力较小,如果这个变化区域较短,则应力就会相当可观,参见表 1.

表 1 截面形状变化引起次应力

Tab.1 Stress due to section deformation

L_{00}'/m	r/m	σ_c/MPa
10	0.5	2.48
4	0.5	15.51
3	0.5	27.57
2	0.5	62.04
1	0.5	248.03

6 缆索次应力计算实例

通过对以上二次应力计算的分析,根据发生部位和各种情况进行叠加组合,来求得最不利的部位和工况组合,如表 2 所示,为国内某大跨度悬索桥主缆次应力计算分析结果.索夹一指近塔顶中跨第一个索夹;荷载角变位 1 为半桥偏载时二次应力值,荷载角变位 2 为全桥满载时值;表中各项次应力值所占比例是按照荷载角变位 1 计算得到的结果.

在考虑主缆的安全系数时,各国采用的计算方法略有差异,英国悬索桥的设计计算是根据钢丝的屈服极限 $\sigma_{0.2}$ 除以 1.7 的安全系数而得到的应力作为设计目的所采用的使用应力^[1];丹麦大带东桥采用极限状态法设计,强度极限状态的材料安全系数取 2.0,对活载考虑 0.3 的超载系数,并计算塔顶和第一根吊索之间主缆的二次应力;日本的悬索桥,除了明石大桥外(明石大桥采用的钢丝抗拉强度为 1 800 MPa,允许应力为 820 MPa,安全系数为 2.4^[1]),都采用的是对破坏强度取 2.5 的安全系数而得到的应力.将上述计算方法得到的结果进行比较,英国的计算方法按照破坏强度计算得到的安全系数为 2.3 左右,比日本的安全系数低,本实例能够满足要求.对于考虑了次应力的丹麦大带东桥的计算方法,对活载考虑 0.3 的超载系数,材料的安全系数为 1.7,比大带东桥的安全系数低.

表 2 二次应力计算实例

Tab.2 Example of secondary stress calculation

项目	第一节		索夹		主鞍	
	近塔端		远塔端			
	近塔端	远塔端	索夹一	余索夹	主鞍	散索鞍
长度差异	13.3(3.8%)	13.3(4.1%)	13.3(1.9%)	13.3(2.1%)	—	—
主缆架设误差	10.1(2.9%)	10.1(3.1%)	10.1(1.4%)	10.1(1.6%)	—	—
弹性模量差异	13.1(3.8%)	13.1(4.1%)	13.1(1.8%)	13.1(2.1%)	13.1(67.1%)	13.1(35.3%)
恒载角变位	137.9(40.1%)	126.4(39.7%)	—	—	—	—
荷载角变位 1	166(48.3%)	152.1(47.8%)	67.6(9.7%)	—	—	—
荷载角变位 2	21.7	19.9	8.8	—	—	—
截面形状变化	3.1(0.9%)	3.1(0.9%)	—	—	—	—
索夹处索弯曲	—	—	587.3(84.9%)	587.3(94.1%)	—	—
鞍槽处索弯曲	—	—	—	—	6.4(32.8%)	24(64.6%)
总计	343.5	318.1	691.4	623.8	19.5	37.1
主缆应力	630	630	630	<630	630	615

说明:1. 括号中数值是各项应力值所占比例;

2. 由于各索夹倾角不同,因此应力也有所不同.

对于主缆应力和次应力的计算结果,做如下分析.由于考虑了主缆的局部的次应力,因此在计算主缆的安全系数时,就不能将活载和恒载取用同样的安全系数,这点考虑和大带东桥的设计原则是一致的.由于大跨度悬索桥恒载比重较大,且这部分在结构分析和计算中能够计算的较精确,因此这些项取用材料的安全系数 1.7 即可,并由此计算得到无法精确计算的次应力和活载的安全系数.对于本实例,经验算,各工况、各部位的次应力和活载的安全系数都在 2.0 以上,认为可以满足设计要求.综合考虑各种计算方法得到的结果,本实例主缆的应力是能够满足设计要求的,也是安全合理的.

对于索夹处较大的局部应力,这些应力的发生部位是位于主缆的最外层,并没有使得主缆外层钢丝屈服,因此对主缆整体的受力和安全不会产生影响.通过计算,还可以得到以下建议,在索夹施工时,端索夹安装时间应该在最后,在对连接

缆套的索夹及其位置的设计应慎重,此距离将对主缆的安全系数产生较大的影响作用.

参考文献:

[1] 刘健新,胡兆同.大跨度吊桥[M].北京:人民交通出版社,1995.
[2] JT/T 395—1999,悬索桥预制主缆丝股技术条件[S].
[3] 铁道部大桥工程局桥梁科学研究所.悬索桥[M].北京:科学技术出版社,1996.
[4] WYATT T A.Secondary stress in parallel wire suspension Cable[J].J Struct Div ASCE,1960,80,37~59.
[5] NELS J G.Cable Supported Bridges: Concept and Design [M]. Second Edition .New York ,John Wiley & Sons , 1997.
[6] 川田忠树.现代吊桥[M].东京:日本东京理工书株式会社,1987.
[7] 钱冬生.大跨悬索桥的设计与施工[M].成都:西南交通大学出版社,1999.

Secondary Stress Analysis of the Main Cable of Suspension Bridges

ZHANG Wei ¹, PAN Fang ²

(¹State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092,China ;²Municipal Branch of the Architectural Design & Research Institute ,Tongji University, Shanghai 200092,China)

Abstract : In the designs of main cables of the suspension bridges in China ,the capacities of the cables have always been undervalued without calculating the secondary stresses . This paper will present the detailed analysis of the secondary stresses . Some experiential formulas are given to consider the uneven stress caused by the different lengths and elastic modulus of tensile compression and the bending stress while passing curved plane . The calculation method of the stress caused by the deflection angle of the cable is presented after the formulas derivation . The stress is analyzed specifically due to the transforming of the cable section from square to circle and from hexagon located in the outlet of the cable from the main saddle to circle at the first cable band from the tower . At last , the secondary stresses of the cables of a large span suspension bridge in China are calculated while the location of the stress is also presented in a table . The influence of the secondary stresses on the safety of the suspension bridge is also analyzed . The safety factor is analyzed according to the calculation methods that are used in the UK , Japan and Denmark . It can be deduced from the results that the safety of cable can be guaranteed .

Key words : suspension bridge ; cable ; secondary stress ; design