文章编号:1671－6833(2005)04－0099－03

基于Blankman－harris窗的加窗FFT插值修正算法

许 珉，张鸿博
(郑州大学电气工程学院,河南 郑州 450002)

摘 要:直接利用FFT进行电力系统谐波分析存在较大误差,加窗插值修正算法可以较好提高测量准确性.鉴于Blankman－harris窗在抑制频谱分析长范围泄漏方面具有很优良的性能,采用了双谱线插值修正的原理,推导了Blankman－harris窗双谱线插值修正公式,并利用MATLAB多项式逼近函数求出简洁实用的基于Blankman－harris窗的双谱线插值修正公式的逼近多项式.仿真分析表明,该修正多项式的算法实现容易,而且精度高.

关键词:快速傅立叶变换;频谱分析;窗函数;Blankman－harris
中图分类号:TM 714 **文献标识码**:A

0 引言

采用快速傅立叶变换(FFT)进行电力系统谐波分析时很难做到同步采样和整数周期截断,由此造成的频谱泄漏将影响到谐波分析的结果.由于Blankman－harris窗在抑制频谱分析长范围泄漏方面具有很优良的性能,而双谱线插值修正算法在抑止非同步采样引起的短范围泄漏上有很好的效果,本文将二者结合起来,对加Blankman－harris窗的插值修正算法进行了研究,以求得到最好的效果.并用多项式逼近求出了简洁的计算公式,仿真验证了其在电网谐波测量方面的性能.

1 算法原理概述[1]

假设一个频率f_0为幅值为A初相位为θ的单一频率信号$x(t)$,在经过了采样率为f_s的模数变换后得到如下形式的离散信号:

$$x_n = A\sin\left(2\pi\frac{f_0}{f_s}n+\theta\right) \tag{1}$$

如果所加窗函数的时域形式为$w(n)$,其连续频谱为$W(2\pi f)$,则加窗后该信号的连续傅立叶变换为

$$X(f)=\sum_{n=\infty}^{+\infty}x(n)w(n)\mathrm{e}^{j2\pi fn}=\frac{1}{2j}\left[\mathrm{e}^{j\theta}W\left(\frac{2\pi(f-f_0)}{f_s}\right)-\mathrm{e}^{-j\theta}W\left(\frac{2\pi(f+f_0)}{f_s}\right)\right] \tag{2}$$

由于本文讨论的是Blankman－harris窗,其抑制负频分量引入的长范围泄漏的性能优良,故以下讨论忽略负频点$-f_0$处频峰的旁瓣影响,则在正频点f_0附近的连续频谱函数可以表达为

$$X(f)=\frac{A}{2j}\mathrm{e}^{j\theta}W\left(\frac{2\pi(f-f_0)}{f_s}\right) \tag{3}$$

对式(3)离散化,得

$$X(k\Delta f)=(A/2j)\mathrm{e}^{j\theta}W(2\pi(k\Delta f-f_0)/f_s) \tag{4}$$

式中:离散频率间隔为$\Delta f=f_s/N$,N是数据截断长度.

通常峰值频率$f_0=k_0\Delta f$很难正好位于离散谱线频点上,即k_0一般不是整数.设峰值点左右两侧的谱线分别为第k_1和k_2条谱线.这两条谱线幅值分别是$y_1=|X(k_1\Delta f)|$,$y_2=|X(k_2\Delta f)|$,令$\alpha=k_0-k_1-0.5$.则结合式(4),可得

$$\frac{y_2-y_1}{y_2+y_1}=\frac{|W(2\pi(-\alpha+0.5)/N)|-|W(2\pi(-\alpha-0.5)/N|}{|W(2\pi(-\alpha+0.5)/N)|+|W(2\pi(-\alpha-0.5)/N|} \tag{5}$$

令$\beta=(y_2-y_1)/(y_2+y_1)$,当$N$较大时,式(5)可以简化为$\beta=g(\alpha)$,其反函数记为$\alpha=g^{-1}(\beta)$,可以采用多项式逼近方法计算$g^{-1}(\cdot)$,这样既可以保证精度,又简化了计算.

双谱线修正算法直接对k_1,k_2两根谱线幅值进行加权平均,从而计算出实际的峰值点的幅值.

收稿日期:2005－06－17;**修订日期**:2005－09－22

作者简介:许 珉(1956－),男,河南省郑州人,郑州大学副教授,主要从事电力系统监控技术的研究.

其计算公式为

$$A=\frac{A|W(2\pi(k_1-k_0)/N)|+A|W(2\pi(k_2-k_0)/N)|}{|W(2\pi(k_1-k_0)/N)|+|W(2\pi(k_2-k_0)/N)|}$$
$$=\frac{2(y_1+y_2)}{|W(2\pi(-\alpha-0.5)/N)|+|W(2\pi(-\alpha+0.5)/N)|} \tag{6}$$

当 N 较大时,式(6)可进一步简化为:$A=N^{-1}(y_1+y_2)v(\alpha)$ 的形式,其中 $v(\alpha)$ 是偶函数.采用多项式逼近求出函数 $v(\alpha)$ 的近似计算公式.这样,双谱线修正算法的计算公式就可改写为

$$A=N^{-1}(y_1+y_2)(b_0+b_2\alpha^2+b_4\alpha^4+\cdots+b_{2l}\alpha^{2l}) \tag{7}$$

式中:$b_0,b_2,\cdots,b_{2l}$ 为 $2l$ 次逼近多项式的偶次项系数.

2 Blankman-harris 窗双谱线修正公式推导

在测量时间大于4个周期的情况下Blankman-harris 窗可以将谐波频谱相互泄漏衰减92dB以下[2].下面考虑用Blankman-harris 窗的双谱线修正公式的推导.

$$w(n)=0.35875-0.48829\cos(\frac{2\pi n}{N-1})+0.14128\cos(\frac{4\pi n}{N-1})-0.0168\cos(\frac{6\pi n}{N-1}) \tag{8}$$

令 $W_R(e^{jw})=FT[R_N(n)]=W_R(w)^{-j\frac{N-1}{2}w}$,

则Blankman-harris 窗的幅度函数为[3]

$$W_{Bh}(w)=0.358\,75W_R(w)+\frac{0.488\,29}{2}[W_R(w-\frac{2\pi}{N-1})+W_R(w+\frac{2\pi}{N-1})]+\frac{0.141\,28}{2}[W_R(w-\frac{4\pi}{N-1})+W_R(w+\frac{4\pi}{N-1})]+\frac{0.016\,8}{2}[W_R(w-\frac{6\pi}{N-1})+W_R(w+\frac{6\pi}{N-1})] \tag{9}$$

当 $N\gg1$ 时,上式近似表示为[3]

$$W_{Bh}(w)\approx0.358\,75W_R(w)+\frac{0.448\,29}{2}[W_R(w-\frac{2\pi}{N})+W_R(w+\frac{2\pi}{N})]+\frac{0.141\,28}{2}[W_R(w-\frac{4\pi}{N})+W_R(w+\frac{4\pi}{N})]+\frac{0.016\,8}{2}[W_R(w-\frac{6\pi}{N})+W_R(w+\frac{6\pi}{N})] \tag{10}$$

以下考虑 $W_R(w\pm\frac{2m\pi}{N})$ 的化简,将 $w=2\pi(k\Delta f-f_0)/f_s$ 带入式中,即对式离散采样并考虑到

$W_R(w)=\frac{\sin(wN/2)}{\sin(w/2)}$,可得

$$W_R(\frac{2\pi(k-k_0)}{N}\pm\frac{2m\pi}{N})=\frac{\sin(\pi(k-k_0\pm m))}{\sin(\frac{\pi(k-k_0\pm m)}{N})}\approx\frac{\sin(\pi(k-k_0\pm m))}{\pi(k-k_0\pm m)}\cdot N \tag{11}$$

将 k_1,k_2 带入将式(11),通过 $\alpha=k_0-k_1-0.5$,做变量代换,最终得到 $W_{Bh}(2\pi(-\alpha\pm0.5)/N)$ 的具体表达式,再将 $W_{Bh}(2\pi(-\alpha\pm0.5)/N)$ 带入式(5)、(6)可以得到 $\beta=g(\alpha)$ 和 $A=N^{-1}(y_1+y_2)v(\alpha)$ 的表达式,对 $\beta=g(\alpha)$ 的反函数和 $1/v(\alpha)$ 用MATLAB 多项式拟合函数ployfit[4~6],经过多次拟合和仿真,发现多项式系数高于8次的项对于计算结果的影响已经很小,同时考虑到减少算法的运算量,拟合的多项式系数不高于8次,最终可以得到如下修正公式:

$$\alpha=2.619\,790\,85\,\beta+0.286\,567\,5\,\beta^3+0.128\,3\beta^5+0.080\,241\beta^7; \tag{12}$$

$$A=N^{-1}(y_1+y_2)(3.065\,396\,76+0.965\,559\,979\,\alpha^2+0.163\,556\,\alpha^4+0.01\,985\,\alpha^6); \tag{13}$$

3 仿真分析

信号所含实际谐波的幅值如表1所示.

表1 仿真信号的谐波成分

Tab.1 components of the simulated harmonic signal

仿真信号	谐波次数/次						
	基波	2	3	4	5	6	7
幅值	100	2	10	0.6	0.4	0.5	0.05

基波频率50.1Hz,采样频率64×50 Hz,采集512点数据.仿真中,信号分别进行两种处理:①不加窗;②加haning 窗;③加Blankman-harris 窗,然后进行FFT 得到离散频谱,再按不同窗的双谱线修正公式计算谐波幅值(Haning 窗采用文献[1]提供的修正公式,Blankman-harris 窗采用本文的修正公式).不修正算法是在35~65 Hz 的频域范围内找到幅值最大的谱线并将其频率和幅值直接做为基波的频率 f_1' 和 A_1' 幅值,对于谐波分析,不修正算法是在 $f_1'-15$ Hz 至 $if_1'+15$ Hz 之间最大的谱线幅值作为i 次谐波的幅值.加Blankman-harris 窗修正的是首先在35~65 Hz 之间找到幅值最大的谱线,再在其两侧比较出次最大的谱线从而确定 k_1 和 k_2 以及谱线幅值 y_1 和 y_2,进而求出辅助参数 β_1,最后利用式(12)和式(13)求出参数 α_1 和基波频率 f_1'',在此后辅助参数 α 的计算中,谐波频率将直接用 if_1'' 代替,并根据 α 的定义进行计算,不再按式(12)运算.计算基波和谐波幅值时,选择距 if_1'' 最近的左右两条谱线,根据式(13)

求得.加汉宁窗也采用类似的方法,只是修正公式有所不同,具体可参考文献[1].

仿真分析的结果如表2所示,其中 DA_1～DA_7 表示基波和各次谐波的幅值相对于真值的误差.通过表2对比分析,明显可以看到加窗修正后的结果比加窗前的结果准确性明显提高;同时用本文的基于Blankman－harris 窗的插值修正公式的修正结果比文献[1]的Haning 窗的插值修正结果要精确.

表2　不加窗不修正及加不同窗插值修正前后误差百分数对比表

Tab.2　Comparison between proposed algorithm and other ones

比较项	误差/%						
	DA_1	DA_2	DA_3	DA_4	DA_5	DA_6	DA_7
不加窗	－0.026 06	－0.050 00	－0.103 44	－0.166 65	－0.258 35	－0.364 75	－0.487 50
加汉宁窗	－0.000 12	0.046 00	0.000 45	0.035 99	0.014 06	0.003 17	0.041 05
加Blankman－harris 窗	－0.000 19	0.000 59	－9e－005	0.000 60	0.000 21	1.3e－005	0.000 71

4　结束语

笔者利用MATLAB 的曲线拟合函数求出的基于Blankman－harris 窗的双谱线插值修正公式,简洁明了,容易实现,和文献[1]提供的其他窗函数修正公式相比有更高的计算精度,且实时性要好,有较高的实用价值.

参考文献:

[1]　庞　浩,李东霞,俎云霄,等.应用FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J].中国电机工程学报,2003,23(6):50～54.

[2]　潘　文,钱俞寿,周　鹗.基于加窗差值FFT 的电力谐波测量理论(I):窗函数研究[J].电工技术学报,1994,9(1):50～54.

[3]　丁玉美,高西全.数字信号处理[M].西安:西安电子科技大学出版社,2000.

[4]　章　健,宋红志.电力负荷静态样条函数模型[J].郑州大学学报(工学版),2003,24(3):19～23.

[5]　张志涌.精通 MATLAB 6.5[M].北京:北京航空航天大学出版社,2003.

[6]　马书磊,冯冬青,陈铁军,等.基于Matlab 的线性最优控制系统鲁棒性分析[J].郑州大学学报(工学版),2002,23(4):57～59.

The Correction Algorithm Based on the Blankman－harris Windows and Interpolated FFT

XU Min, ZHANG Hong－bo

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The FFT has a higher error in the harmonic analysis of the power system, the utilization of window functions and interpolation algorithms can correct the measured frequency, phase and amplitude by FFT. Because the Blankman－harris window has better performance in reducing leakage compared with other windows. This paper uses the algorithm with which the amplitudes of harmonics can be estimated from the two neighboring spectral lines, develops the correction formulas based on the Blankman－harris window, and uses polynomial approximation method of MATLAB to obtain the polynomial approximation formulas for frequency and amplitude correction based on the Blankman－harris window. This results of the simulation verify the algorithm and shows that it is easy to be realized and is highly accurate.

Key words: FFT; harmonic analysis; window function; Blankman－harris