

文章编号:1671-6833(2007)01-0047-04

# 砌体受压应力-应变关系

杨卫忠<sup>1</sup>, 樊 濬<sup>2</sup>

(1. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 河南省勘察设计注册工程师管理委员会, 河南 郑州 450014)

**摘要:** 通过一个细观模型, 从细观层次上分析了砌体在单调受压荷载作用下的损伤破坏机制, 解释砌体受压应力-应变关系的非线性和应变软化, 根据能量原理, 建立了砌体轴心受压时的损伤本构关系模型, 提出一类损伤函数表达式, 利用应力-应变曲线特征条件和标准试件强度值确定模型参数, 分析得出应力-应变关系仅与砌体的峰值点割线弹性模量与原点切线弹性模量有关, 该式能反映砌体受压试验所表现的特征, 与已有受压结果相比较, 结果吻合良好。

**关键词:** 砌体; 应力-应变关系; 损伤; 受压

**中图分类号:** U 414 **文献标识码:** A

## 0 引言

砌体结构是目前我国建筑中的主要承重结构形式。在早期的结构分析中, 由于受计算机技术的限制和对材料自身认识的不足, 仅限于线弹性范围, 因此, 分析的精度较低。随着砌体结构在高层建筑等结构体系中的应用, 迫切需要对结构进行更为精确的分析、设计和控制。只有对砌体结构材料的应力-应变行为有清楚的认识, 才可能对其结构性能有完整的认识, 实现结构的精细化设计才成为可能。

## 1 研究概况

包括上升段和下降段的砌体单轴受压应力-应变曲线, 反映了砌体的强度、变形等基本特性, 是研究砌体结构承载力和构件全过程分析的重要依据, 特别是曲线的下降段, 对结构在极限状态下的截面应力分布、抗震结构的延性和恢复力特性等有重要影响。

目前, 砌体的应力-应变关系主要源于试验, 国内外关于砌体受压时的应力-应变曲线有多种表达式, 其中最著名的是前苏联学者奥尼西克提出的对数型的表达式<sup>[1]</sup>, 即

$$\varepsilon = -\frac{n}{\xi} \ln\left(1 - \frac{\sigma}{nf_m}\right) \quad (1)$$

式中:  $\sigma, \varepsilon$  为受压砌体内的应力和应变;  $n$  为略大于 1 的常数;  $\xi$  为弹性特征值, 与砂浆的强度等级有关;  $f_m$  是砌体抗压强度的平均值。

在我国也采用上述形式, 但是, 取  $n = 1.0$ 。根据文献[2]的研究, 对砖砌体:  $\xi = 460\sqrt{f_m}$ 。由于应力临近峰值应力时的变形趋于无穷大, 因此, 建议峰值应变取  $0.9f_m$  的对应值。

式(1)虽然能与多数砌体受压试验相符合<sup>[3]</sup>, 但是, 该式仅有上升段, 而且, 系数  $n$  对变形的影响较大。因此, 又有学者对其进行了研究后提出多项式, 下式即为文献[2]建议的可用于结构非线性分析的砖砌体受压应力-应变曲线。

$$\sigma = f_m \left[ 6.4 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \right) - 5.4 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \right)^{1.17} \right] \quad \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \leq 1.6 \right) \quad (2)$$

式中:  $\varepsilon_m$  为轴压应力-应变曲线峰值点所对应的应变。

上述总结不难看出, 基于试验现象学基础上的经验模型虽然曲线与试验结果符合较好, 但缺乏理论基础, 容易受研究者的主观意识影响。作者认为, 一个好的本构关系模型, 不仅要能解释材料受力过程中的宏观现象, 而且要具有一定的理论基础, 并易于标定有关参数, 其结果也要与试验值相吻合。因此, 作者首先通过一个细观损伤模型来解释砌体单轴受压过程中的应力-应变曲线的非线性和应变软化现象; 选取具有物理意义的损伤

收稿日期: 2006-10-28; 修订日期: 2006-12-17

项目名称: 郑州大学青年骨干教师基金资助项目。

作者简介: 杨卫忠(1966-), 男, 江苏张家港人, 郑州大学副教授, 博士研究生, 主要从事混凝土及砌体结构理论分析与应用研究。

变量,基于能量原理,建立砌体单轴受压损伤本构关系模型;最后,考虑砌体单轴受压特点,利用标准试验来确定有关参数,从而得到相应的具体表达式。

## 2 砌体轴压损伤本构关系模型

### 2.1 细观破坏机制分析

目前,对砌体单轴单调受压时破坏过程的认识已基本趋于一致,由于砌体是一种非匀质、多组分的混合材料,且抗拉强度低于抗压强度,其破坏主要起源于砌体内的块体,当外部压应力产生的泊松拉应变超过其极限拉应变而产生平行于加载方向的裂缝,并随压应变的增加而不断发展,导致砌体受力后的应力-应变的非线性和力学性能变异。

作者在分析砌体单轴受压性能时,其细观损伤模型如图1所示,即将砌体试件沿平行压应力方向分成 $M$ 个面积等于 $A_i$ 、高度等于试件特征高度的小柱体,小柱体之间用微弹簧连接,来模拟块体的抗拉作用,这里,小柱体假定为理想弹性材料,其两端通过刚性体相连,以保证每个小柱体有相同的变形。

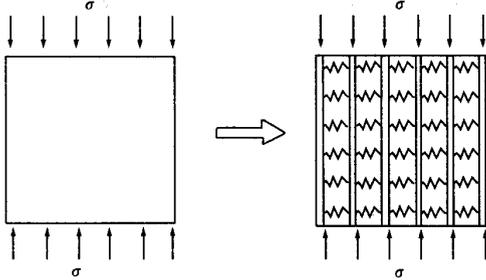


图1 砌体轴压理想细观模型

Fig. 1 Meso-damage model of masonry under axial compression

在应力-应变曲线初始阶段,由于泊松拉应变较小,微弹簧几乎不发生断裂,弹性杆也不发生破坏,宏观上表现为应力-应变曲线的直线关系;随压应变的不断增大,微弹簧断裂数量也在不断增加,内部微裂缝开始发展,同时,部分小柱体开始出现压屈破坏,导致变形增长快于应力增加,宏观上表现为应力-应变曲线的非线性,此时,因部分小柱体失效而在剩余小柱体内产生的压力增量能与其抗力增量保持平衡,宏观上表现为此时的微裂缝处于稳定阶段;当外部压力产生的压应变达到一定值,即微弹簧断裂数目到一定数量时,引

起失稳破坏的混凝土小柱体开始迅速增加,内部微裂缝发展由稳定变为非稳定,尽管单个小柱体的承载力仍在增大,而截面总压力开始减小,宏观上表现为应力-应变曲线到达峰值并出现软化,即存在下降段.因此,该细观模型能较好地解释砌体在单轴受压时的非线性性能和宏观实验现象,可用损伤来综合反映受压过程中砌体的劣化。

### 2.2 损伤本构关系模型

这里,图1模型中的损伤变量 $D$ 仍采用Rabotnov<sup>[4]</sup>的经典损伤力学定义,即

$$D = \frac{A_D}{A} \quad (3)$$

式中: $A_D$ 为因细观损伤单元(微小柱体)破坏而导致砌体退出工作的面积; $A$ 为无损伤砌体的面积,即试件的横截面积。

基于上节的机理分析,在砌体单轴受压过程中,在外部压应力 $\sigma$ 作用下,产生宏观压应变,根据能量原理,有

$$\int_0^\varepsilon \sigma dx = W_e(\varepsilon) - W_D(\varepsilon) \quad (4)$$

式中: $W_e(\varepsilon)$ 为应变达 $\varepsilon$ 时弹性体系的应变能密度; $W_D(\varepsilon)$ 为应变达 $\varepsilon$ 时由小柱体破坏所释放的能量密度,这一能量应在应变从0到 $\varepsilon$ 的过程中的损伤耗能,可分别按式(5)和(6)计算

$$W_e(\varepsilon) = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 \quad (5)$$

$$W_D(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon E x D(x) dx \quad (6)$$

将式(5)、(6)代入(4),并对 $\varepsilon$ 求导,得

$$\sigma = E \varepsilon [1 - D] \quad (7)$$

式中: $E$ 为砌体的初始弹性模量; $D$ 是由外部压应变 $\varepsilon$ 所引起的损伤。

式(7)即为砌体单轴受压时的损伤本构关系模型,该式与经典的Mazars<sup>[5]</sup>单轴损伤本构关系模型相同.尽管式(7)具有一般损伤力学的形式,但是,不同的损伤演化形式,可导出不同的本构关系表达式.确定了 $D$ 损伤的演化方程即可确定本构关系的具体表达式。

同时,式(7)的本构关系模型也可通过图1的细观模型.考虑每个小柱体的弹性模量和名义压应变相等,利用平衡条件来得到,从而说明本文细观模型及损伤变量定义的合理性.从式(7)还可以看出,由于损伤发展,引起砌体弹性模量(刚度)降低,即材料的弹性模量变为 $(1 - D)E$ ,因此,可通过测定砌体的刚度变化来推算其损伤程度。

由于损伤的不可逆性<sup>[6]</sup>,因此有 $\dot{D} \geq 0$ ,对于单调加载过程中, $\dot{D} \geq 0$ ,而在卸载时,有 $\dot{D} = 0$ .因此,损伤变量应为单调递增函数,同时它还应该符合一般损伤变量的定义,即 $D = 0$ (无损伤)和 $D = 1$ (完全损伤).根据上述要求,可构造出多种损伤函数作为 $D$ 的表达式,如对数正态分布、Weibull分布等概率类分布函数,也可用有理多项式、分段函数式等.因此,砌体单轴受压应力-应变关系也就存在多种形式.

### 3 应用和验证

为了得到实用的应力-应变关系式,需确定损伤变量的具体形式.根据前述分析,本文选取一种损伤函数式来说明该本构关系模型的具体应用,损伤变量 $D$ 取式(8)形式,即

$$D = 1 - \frac{a}{a + (1-a) \cdot \left[ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \right]^b} \quad (8)$$

式中: $a, b$ 为系数.

与其它材料本构关系的研究方法相同,参数 $a, b$ 也可由砌体单轴受压试验确定.由于砌体受压应力-应变曲线具有如下数字特征:① $\varepsilon = 0$ 时, $\sigma = 0, d\sigma/d\varepsilon = E$ ,即曲线通过原点且原点切线模量等于 $E$ ;② $\varepsilon = \varepsilon_m$ 时, $\sigma = f_m, d\sigma/d\varepsilon = 0$ ,即曲线单峰并有最大值点.

将式(8)代入式(7),即为作者推导的砌体单轴单调受压应力-应变关系的一般式.显然,特征①满足;利用特征②,可解得

$$a = \frac{1}{\eta}, \quad b = \frac{1}{1-a} \quad (9)$$

$$\text{式中: } \eta = \frac{E\varepsilon_m}{f_m} = \frac{E}{f_m/\varepsilon_m}$$

引入无量纲系数, $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}, y = \frac{\sigma}{f_m}$ ,式(7)变为

$$y = \frac{1-D(\varepsilon)}{1-D(\varepsilon_m)} = \frac{1-D(x\varepsilon_m)}{\eta} \cdot x \quad (10)$$

由上述分析知,系数表示为曲线峰值点弹性割线模量与初始模量之比,而另一系数也与 $a$ 有关,因此,砌体受压应力-应变曲线仅与材料的初始弹性模量、峰值应力和应变值有关.而相对受压应力-应变曲线仅和材料的峰值割线模量与初始切线模量的比值有关,并能唯一确定.同时,本文分析得出的单轴受压砌体的应力-应变曲线是一条连续且可导的函数.

为了验证上述分析方法的合理性,现用本文

方法的结果与式(1)和(2)的结果进行比较,有关计算参数采用文献[7]的研究结果,即, $E = 1.1 \times 370f_m \sqrt{f_m}, \varepsilon_m = 0.005/\sqrt{f_m}$ ,而式(1)中 $\xi = 460 \cdot \sqrt{f_m}, n = 1.1$ .这里,初始弹性模量取为1.1倍的割线模量.图2即为本文方法的理论预测结果与式(1)、(2)的计算结果比较.

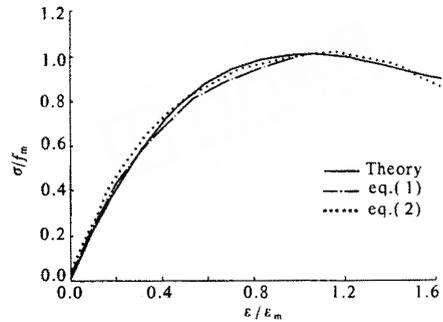


图2 受压应力-应变曲线比较

Fig. 2 Comparison of theory and calculation results of compression stress-strain curve

考察图2不难看出,本文方法结果与上述二种不同应力-应变关系式的计算结果均相吻合.由此说明本文分析方法是可行的,而且合理.

图3给出了砌体受压时的损伤演化曲线,从图中结果不难发现,砌体受压时的损伤在 $\varepsilon = (0.25 \sim 1.75)\varepsilon_m$ 的发展较快,而在其它范围内,损伤变化较小,这与砌体受压中微裂缝的发展过程相符,因此,用损伤来反映受压砌体内部裂缝发展过程.

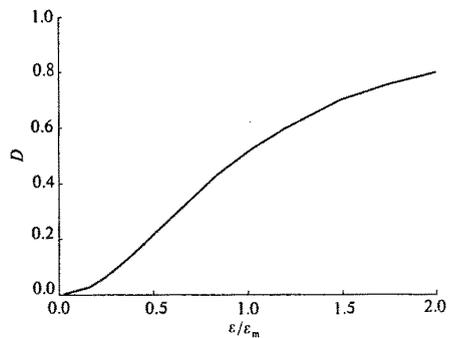


图3 受压砌体损伤演化曲线

Fig. 3 Damage-strain curve of masonry in axial compression

### 4 结语

砌体在单轴单调压应力作用下的应力-应变关系的非线性和和宏观裂缝发展可统一用损伤来

综合考虑.利用能量原理建立的受压本构关系模型有理论依据,建议的应力-应变关系式具有形式简单、通用性好、含参数少而易于标定等优点,并符合一般受压应力-应变全曲线的数学特征,并能反映砌体受压过程中的刚度退化,理论结果与试验结果吻合良好,可作为进行结构分析的受压应力-应变关系.对于其它块体材料的砌体,仅需确定相应的有关参数,即得到其具体表达式.

### 参考文献:

- [1] 施楚贤.砌体结构理论与设计[M].北京:中国建筑工业出版社.1992.
- [2] 施楚贤,徐建,刘桂秋.砌体结构设计及计算[M].北京:中国建筑工业出版社.2003.
- [3] 王东威.免烧高掺量粉煤灰砖砌体受力性能的研究[D].郑州:郑州大学,2002.
- [4] ROBOTNOV Y N. Creep rupture[A]. Applied Mechanics, Proceedings of ICAM - 12 [C]. 1968: 342 - 349.
- [5] MAZARS J. PIJAUDIEAR - CABOT G.. From damage to fracture mechanics and conversely: A combined approach[J]. International Journal of Solids & Structures, 1996, 33(20): 3327 - 3342.
- [6] JU J W. On energy - based coupled elastoplastic damage theories: Constitutive modeling and computational aspects[J]. International Journal of Solids & Structures, 1989, 25(7): 803 - 833.
- [7] 施楚贤.砌体的受压弹性模量[A].钱义良,施楚贤,主编.砌体结构研究论文集[C].长沙:湖南大学出版社.1989.116 - 122.

## A Generic Stress - Strain Equation for Masonry Materials in Compression

YANG Wei - zhong<sup>1</sup>, FAN Jun<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Mangament Council of Registered Engineer of Henan Province, Zhengzhou 450014, China)

**Abstract:** The masonry materials damage which has been caused by monotonic axial loading is analyzed from mesoscopic failure. The nonlinear performance of stress - strain curve of masonry is studied by using a class of mesoscopic springs model. With the help of the theory of energy, a damage constitutive model of masonry subjected to axial monotonic loading is established. The function of damage is suggested, and the coefficients used in the model can be determined by the condition of the curve on the characteristic points. It is found that the stress - strain relationship can be uniquely determined by the scant shear modulus and tangent modulus. The relationship can also reflect all characteristics that were shown in tests and has a good agreement with the existed stress - strain curves.

**Key words:** masonry; stress - strain relationship; damage; compression