

文章编号:1671-6833(2007)02-0035-04

## 砂井地基径向非线性固结解析

闫富有

(郑州大学 土木工程学院,河南 郑州 450001)

**摘要:**基于砂井等应变固结模型,考虑初始有效应力沿深度变化,忽略井阻和竖向排水固结的影响,应用平均孔隙比与平均有效应力的对数关系,建立砂井非线性径向排水固结的分层计算模型,并求得常荷载作用下的径向排水固结解析解.在变荷载作用下,把变化阶段的荷载划分为一系列不连续的剧加荷载,导出有效应力的递推公式.结果表明,因自重应力随深度增加,土层径向排水平均固结度随其埋深而增大.如把整个厚度范围内自重应力取为平均值,将使计算的沉降量偏小,径向平均固结度偏大.

**关键词:**砂井;固结;解析解;非线性;自重应力

**中图分类号:** TU 472.3 **文献标识码:** A

### 0 引言

基于体积压缩系数为常数的砂井固结理论<sup>[1-2]</sup>,已广泛应用于软土地基堆载预压法处理设计中,而实际土体固结过程中孔隙比与有效应力的对数关系式<sup>[3-4]</sup>已用于饱和土一维固结计算.文献[4]应用土体的非线性关系,采用半解析法研究了初始用有效应力沿深度变化时一维非线性固结问题.文献[5]把土体的非线性关系引入到砂井地基固结分析中,忽略井阻与涂抹区的影响,研究了瞬时加载情况下砂井地基的径向固结问题,导出了自由应变固结假设下仅考虑径向固结的孔压解析解.但考虑计算工作量,实际计算中多采用等应变固结解<sup>[1]</sup>.文献[6]忽略井阻且仅考虑径向渗流,近似取固结系数的平均值,导出了砂井等应变非线性固结的近似解析解.

砂井非线性固结研究多采用恒定的初始有效应力,即初始有效应力不随深度变化.而天然土层中已经存在着沿深度分布的自重应力,将其作为常值处理在土层厚度较大时必然会引起较大的误差<sup>[4]</sup>.考虑砂井固结过程中渗透系数的变化,因测试工作量较大,不便于实际应用.同时考虑竖向与径向非线性渗流,问题将变得十分复杂,无法得到其解析解,且软土的水平渗透系数大多较竖向大,更进一步加快了径向排水固结<sup>[7]</sup>.本文作者基于砂井等应变固结假设<sup>[1-2]</sup>,忽略井阻的影响,仅考虑径向渗流,固结过程渗透系数不变,建立了

砂井非线性固结模型并求得其解析解,并对非线性固结性状进行讨论.

### 1 固结模型

对于厚度为 $H$ 的饱和黏土层,地面作用有预压荷载 $q$ .砂井、涂抹区和影响区的半径分别为 $r_w$ 、 $r_s$ 和 $r_e$ ,井径比 $n = r_e/r_w$ , $s = r_s/r_w$ . $H$ 厚度范围内为同一类型的土,平均初始有效应力为 $\bar{\sigma}_{cz}$ .采用与分层总和法类同的方法,把土层划分为 $m$ 个小薄层.小薄层的初始有效应力取其厚度 $h_i$ 范围内的平均值 $\sigma_{0i}$ ,初始孔隙比和压缩指数分别为 $e_0$ 和 $c_c$ ,水平渗透系数为 $k_h$ ,对于正常固结土,有

$$\bar{e}_i - e_0 = -c_c \log \left( \frac{\sigma'_i}{\sigma'_{0i}} \right) \quad (1)$$

式中: $\bar{e}_i$ 和 $\sigma'_i$ 分别为砂井影响区沿径向平均孔隙比和有效应力,下标 $i$ 为第 $i$ 分层的相关参量(以下同).径向平均体积压缩系数 $m_{vi}$ 为

$$m_{vi} = \frac{1}{1 + e_0} \frac{\partial \bar{e}_i}{\partial \sigma'_i} = \frac{\bar{\sigma}_{cz}}{\sigma'_i} \quad (2)$$

式中

$$\bar{m}_{vc} = \frac{c_c}{2.303(1 + e_0)\sigma_{cz}} \quad (3)$$

径向平均固结系数 $C_{hi}$ 为

$$C_{hi} = \frac{k_{hi}}{m_{vi}\gamma_w} = \bar{C}_{hc} \frac{\sigma'_i}{\sigma_{cz}} \quad (4)$$

式中: $\bar{C}_{hc} = k_h/(\bar{m}_{vc}\gamma_w)$ ;  $\gamma_w$ 为水的重度.

取一厚度为 $dz$ ,外径为 $r_e$ ,内径为 $r$ 的单元体,

收稿日期:2007-01-11;修订日期:2007-04-01

基金项目:河南省教育厅自然科学研究项目(2004601068).

作者简介:闫富有(1963-),男,河南许昌人,郑州大学讲师,硕士,主要从事岩土工程方面的教学与研究工作.

其径向渗流量等于体积的变化<sup>[3]</sup>,则

当  $r_w \leq r \leq r_s$  时:

$$\frac{\partial u_{si}}{\partial r} = \frac{\gamma_w}{2k_s} \frac{\partial \varepsilon_{vi}}{\partial t} \left( \frac{r_e^2}{r} - r \right) \quad (5)$$

式中:  $t$  为时间;  $u_{si}$  为涂抹区的孔隙水压力;  $k_s$  为涂抹区径向平均渗透系数;  $\varepsilon_{vi}$  为体积应变。

当  $r_s \leq r \leq r_e$  时:

$$\frac{\partial u_{hi}}{\partial r} = \frac{\gamma_w}{2k_h} \frac{\partial \varepsilon_{vi}}{\partial t} \left( \frac{r_e^2}{r} - r \right) \quad (6)$$

式中:  $u_{hi}$  为砂井影响区的孔隙水压力。

忽略井阻影响,考虑砂井影响区与涂抹区边界连续性条件,式(5,6)分别对  $r$  积分,然后代入平均孔隙水压力  $\bar{u}_i$  的表达式

$$\bar{u}_i = \frac{\int_0^{h_i} 2\pi r u_{hi} dr dz + \int_0^{h_i} \int_{r_w}^{r_s} 2\pi r u_{si} dr dz}{\int_0^{h_i} \pi (r_e^2 - r^2) dz} \quad (7)$$

得砂井径向排水固结方程为

$$\frac{dp}{dt} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \frac{2\bar{C}_{hc}}{r_e^2 \mu} \frac{(\sigma'_{oi} + q - \bar{u}_i) \bar{u}_i}{\bar{\sigma}_{cz}} \quad (8)$$

式中:  $\mu$  的表达式与线性固结相同<sup>[2]</sup>。

## 2 固结公式

### 2.1 常荷载

对于常荷载,初始条件  $\bar{u}_i|_{t=0} = q$ , 方程的解为

$$\bar{u}_i(t) = \frac{q(1 + \xi_i) \exp\left(-\frac{8T_h}{\mu} \eta_i\right)}{1 + \xi_i \exp\left(-\frac{8T_h}{\mu} \eta_i\right)} \quad (9)$$

平均有效应力为

$$\sigma_i(t) = \frac{\sigma'_{oi} + q}{1 + \xi_i \exp\left(-\frac{8T_h}{\mu} \eta_i\right)} \quad (10)$$

式中

$$\xi_i = \frac{q}{\sigma'_{oi}}, \quad \eta_i = \frac{\sigma'_{oi}}{\bar{\sigma}_{cz}} (1 + \xi_i) \quad (11)$$

$T_h$  为时间因数,定义为

$$T_h = \frac{\bar{C}_{hc} t}{4r_e^2} \quad (12)$$

第  $i$  土层  $t$  时刻的固结量  $s_i(t)$  为

$$s_i(t) = s_{i\infty} - \frac{c_e h_i}{1 + e_0} \log\left[1 + \xi_i \exp\left(-\frac{8T_h}{\mu} \eta_i\right)\right] \quad (13)$$

式中:  $s_{i\infty}$  为第  $i$  土层的最终固结量。

$H$  厚度范围内按沉降定义的平均固结度为

$$U_s = 1 - \frac{1}{s_{\infty}} \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{c_e h_i}{1 + e_0} \log\left[1 + \xi_i \exp\left(-\frac{8T_h}{\mu} \eta_i\right)\right] \right\} \quad (14)$$

式中:  $s_{\infty}$  为  $H$  厚度土层的最终沉降量。

若  $H$  厚度范围内按一层计算,  $\sigma'_{o0} = \bar{\sigma}_{cz}$ , 按沉降和按应力定义的平均固结度分别为

$$U_s = 1 - \frac{1}{\log(1 + \xi)} \log\left[1 + \xi \exp\left(-\frac{8T_h}{\mu} (1 + \xi)\right)\right] \quad (15)$$

$$U_p = \frac{1 - \exp\left[-\frac{8T_h}{\mu} (1 + \xi)\right]}{1 + \xi \exp\left[-\frac{8T_h}{\mu} (1 + \xi)\right]} \quad (16)$$

### 2.2 变化荷载

对于随时间变化荷载,在荷载变化阶段,把时间  $t$  分割为若干时段,视荷载为分段剧加荷载。在时段  $[t_j, t_{j+1}]$ , 固结方程的解为

$$\sigma'_i(t_{j+1}) = \sigma'_{oi} + q(t_{j+1}) - \frac{\sigma'_{oi} + q(t_{j+1})}{1 + a_i \exp\left(\frac{8T_h}{\mu} \eta_i\right)} \quad (17)$$

式中,

$$a_i = \frac{\sigma'_i(t_j)}{\sigma'_{oi} + q(t_{j+1}) - \sigma'_i(t_j)} \quad (18)$$

$\xi_i$  采用  $q(t_{j+1})$  计算,  $T_h$  中的时间用  $(t_{j+1} - t_i)$  计算。

若已知  $t_j$  时刻的有效应力,由上式递推得  $t_{j+1}$  时刻的有效应力。当为常荷载时,令  $t_j = 0$ , 式(19)即为式(12)。

第  $i$  分层的固结量为

$$s_i(t_{j+1}) = \frac{c_e h_i}{1 + e_0} \left\{ \log(1 + \xi_i) - \log\left[1 + \frac{1}{a_i} \exp\left(-\frac{8T_h}{\mu} \eta_i\right)\right] \right\} \quad (19)$$

若地基压缩层由不同类型的土层组成,应分别计算,最后求和得到整个加固区的固结情况。

## 3 算例

一高速公路软土路基沉降观测断面的地质情况和土层物理力学参数如表1所列<sup>[8]</sup>。其中,水平渗透系数由固结系数和压缩模量计算求得,中粗砂层视为不可压缩层。采用袋装砂井预压处理,井距为 1.0 m,砂井直径为 8 cm,填土容重。在施工过程,开始 8 个半月内填土约 1.0 m,随后 90 天内迅速填土 5.1 m,预压 2 个月后施加了 1.2 m 的短时间超载,然后是路面施工。计算时,将堆载

施工过程简化为等速线性加载,取井径比  $s_r=2$ ,  $k_h/k_v=2$ ,分别按本文方法对二层土计算,得到按沉降定义的平均固结度如图 1 所示,沉降曲线与实测曲线的比较如图 2 所示,可见二者比较吻合.按本文方法求得的最终沉降量为 101.4 cm;如果不分层,最终沉降量为 98.1 cm;而根据实测推算的地基最终沉降量为 107.0 cm.这表明本文方法是可行的.

表 1 土层参数

Tab. 1 Geotechnical data of the layered system

土层	厚度 /m	重度/ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ )	水平渗透系数 / $\times 10^{-10} \text{ m/s}$	$\frac{c_v}{1+e_0}$
亚黏土	1.2	18.1	4.55	0.114
淤泥质黏土	4.5	15.4	1.55	0.200
中粗砂	2.6	20.0	—	0.039

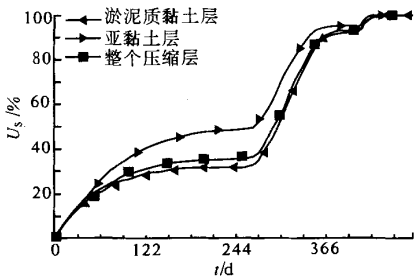


图 1 按沉降定义的平均固结度随时间的变化  
Fig. 1 Average degree of consolidation based on settlement for varying time

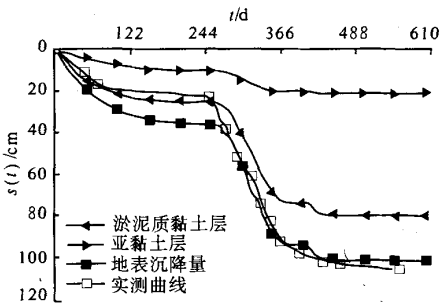


图 2 沉降量随时间变化  
Fig. 2 Settlement for varying time

4 自重应力对固结度的影响

为探讨初始有效应力(自重应力)对平均固结度的影响,计算了一厚度 15 m 的软土层在常荷载作用下的固结问题.其中计算参数取表 1 中的淤泥质黏土,砂井参数同前.计算结果见图 3.可见,当把整个厚度范围内自重应力取为平均值时,

计算的沉降量偏小,径向固结度偏大.

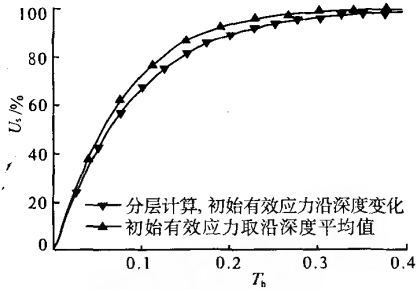


图 3 不同解法结果比较  
Fig. 3 Results comparison between different solution methods

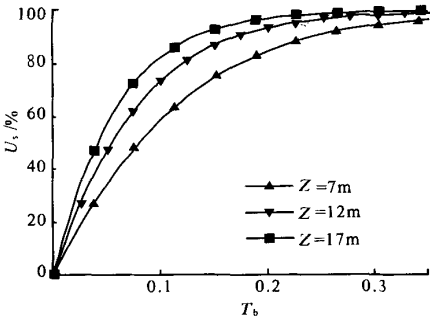


图 4 平均固结度随深度的变化关系  
Fig. 4 Relationship between average degree of consolidation and buried depth

图 4 反映了同类型土不同深度时平均固结度的对比情况.当不考虑井阻影响时,与深部土层相比较,浅部土层初始有效应力(自重应力)较小,最终沉降量较大,完成该沉降量需要的时间较长,径向平均固结度较小,即土层径向排水平均固结度随深度而增大,这与井阻对径向平均固结度的影响<sup>[7]</sup>正好相反.

5 结论

基于砂井等应变固结模型,考虑初始有效应力沿深度变化且仅考虑径向排水,忽略井阻的影响,应用平均孔隙比与平均有效应力的对数关系,建立了砂井非线性径向排水固结的分层计算模型.在常荷载作用下,求得径向排水固结解析解.在随时间变化荷载的作用下,把荷载变化时段划分为一系列不连续的剧加荷载,导出有效应力的递推公式,从而获得径向排水固结随时间变化情况.若压缩层范围内由不同类型的土层组成,应分别计算,最后求和得到整个加固区的固结情况.

忽略井阻影响,因初始有效应力(自重应力)随深度增加,土层径向排水平均固结度随深度增

大. 当把整个厚度范围内自重应力取为平均值时, 计算的最终沉降量偏小, 径向平均固结度偏大.

#### 参考文献:

- [1] BARRON R A. Consolidation of fine grained by drain well[J]. Transaction of American Society of Civil Engineers, 1948, (113): 718 - 742.
- [2] INDRARATNA B, SATHANANTHAN I, RUJIKIATKAMJORN C, et al. Analytical and numerical modeling of soft soil stabilized by prefabricated vertical drains incorporating vacuum preloading[J]. International Journal of Geomechanics, ASCE, 2005, (6): 114 - 124.
- [3] DAVIS E H, RAYMOND G P. A nonlinear theory of consolidation[J]. Geotechnique, 1965, 15 (2): 161 - 173.
- [4] 李冰河, 谢康和, 应宏伟, 等. 初始有效应力沿深度变化的非线性一维固结半解析解[J]. 土木工程学报, 1999, 32(6): 47 - 52.
- [5] BASAK P, MADHAV M R. Analytical solutions of sand drain problem[J]. Journal of Geotechnical engineering, ASCE, 1978, 104: 129 - 135.
- [6] INDRARATNA B, RUJIKIATKAMJORN C, SATHANANTHAN I. Radial consolidation of clay using compressibility indices and varying horizontal permeability[J]. Can Geotech J, 2005, 42: 1330 - 1341.
- [7] HANSBO S. Aspects of vertical drain design: Darcian or non - Darcian flow[J]. Geotechnique, 1997, 47 (5): 983 - 992.
- [8] 折学森. 软土地基沉降计算[M]. 北京: 人民交通出版社, 1998: 215 - 223.

## Analysis of Radial Nonlinear Consolidation of Sand Drain Around

YAN Fu-you

(School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Based on the equal strain consolidation model of sand drain, and neglecting the well resistance and the vertical drainage consolidation, a layered model for the nonlinear consolidation of sand drain, which accounts for the geostatic pressure varying along depth and the relationship between the average void ratio and the logarithm of average effective stress, is presented. The analytical solution for the case under the constant loading is obtained, and the iteration formulae of the effective stress for the case under the varying loading are also done by dividing the varying loading into instantaneous ramp loading. It is concluded that the average degree of radial consolidation for a given soil layer increases with its buried depth since the geostatic pressure increases with the latter. The treatment for simplicity that the mean value of the geostatic pressure is adopted could result in a smaller computed value of settlement but a larger one of average radial consolidation degree than the actual.

**Key words:** sand drain; consolidation; analytical solution; nonlinear; geostatic pressure