

文章编号:1671-6833(2007)02-0073-04

一种空间相关的 Nakagami-m 衰落下 MIMO-OFDM 系统误码率计算方法

张金荣¹, 王东², 曹长修¹, 唐贤伦¹

(1. 重庆大学 自动化学院, 重庆 400030; 2. 重庆工学院 计算机学院, 重庆 400050)

摘要: 为了获得 Nakagami 相关衰落下各参数对 MIMO 系统误码率的影响, 首先给出了一种新的 MIMO-OFDM 系统模型。接着对空间相关的基于 STBC 编码的 MIMO-OFDM 系统在 Nakagami-m 平坦衰落下的信道误码率进行了研究, 给出了一种误码率的表达式, 分析了空间相关性和分布参数对系统的误码率的影响。最后给出空间相关条件下的 STBC 的误码率性能仿真, 以验证理论分析的有效性。结果表明, 在 Rayleigh 和 Rice 分布都不足以描述信道特性的情况下, 采用 Nakagami 分布比较吻合实际测量的数据, 信道衰落基于 Nakagami-m 分布的 STBC 编码能很好的满足 MIMO-OFDM 系统的差错性能要求。

关键词: MIMO-OFDM 系统; Nakagami 分布; 相关衰落; 误码率

中图分类号: TN 911

文献标识码: A

0 引言

多输入多输出 MIMO (Multiple Input Multiple Output) 技术是当前通信传输领域的研究热点, MIMO 系统主要利用无线传播中的多径分量, 可以抗多径衰落, 但是对于频率选择性深衰落, MIMO 系统基本上是无能为力, 而 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 则是一个很好的弥补。目前, MIMO + OFDM 技术被认为是未来 4G 的核心技术^[1]。

在 MIMO-OFDM 系统中, 将频率选择性信道划分成多个并行子信道, 而这多个子信道均可看作平坦衰落信道。然而, 由于其中某些子信道可能受到比较严重的衰落, 而造成这些子载波上的信息完全丢失。因此 MIMO-OFDM 系统在多个发射天线上进行空时编码 (Space Time Block Code)^[2-4], 引入发送分集增益, 而在接收端通过信号合并技术与数据检测技术引入接收分集增益, 大大提高了系统抗衰落能力。

现在研究空时编码的文献都有一个重要的基本假设^[1-5]: 各发射天线发射到各接收天线的信号所经历的衰落互相独立, 这也是 MIMO 系统获得最大可能的分集增益的条件; 但是在实际的传

播环境中, 由于本地散射体的局域分布或者天线阵元间的有限距离, 不同天线上的信号的衰落在空间上表现得可能并不独立^[3-4]。笔者研究采用符合 Nakagami-m 分布的空间相关衰落信道。

笔者首先进行了频率选择性衰落信道下 MIMO-OFDM 系统模型的分析, 并对空间相关的基于 STBC 的 MIMO-OFDM 系统 Nakagami-m 平坦衰落信道的误码率进行了研究, 分析了空间相关性和分布参数对系统的误码率的影响。最后给出空间相关条件下的 STBC 的误码率性能仿真, 验证理论分析的有效性。

1 MIMO-OFDM 系统模型

我们考虑一个 MIMO-OFDM 系统, 有 M_t 个发射天线和 M_r 个接收天线, 如图 1 所示 (接收机结构是发送机结构的逆过程, 这里省略)。传统的 1-D 信道编码器对信源编码, 编码位映射到每个频率信道采用的星座点上。这些码元符号经过 STBC 空时编码器分离为 M_t 个发射向量 \mathbf{X}_j ($j = 1, 2, \dots, M_t$)。每个向量对应的空间信道串并转换为 L 个频率信道的 OFDM 调制器输入 (OFDM 子载波数), 通过逆的快速傅立叶变换 IFFT 后, 加入循环前缀 CP, 最后由各个发射天线发射出去。

收稿日期: 2006-11-17; 修订日期: 2007-03-02

基金项目: 重庆市科技攻关项目 (2003035-02)

作者简介: 张金荣 (1975-), 男, 山东诸城人, 重庆大学博士研究生, 助理研究员, 研究方向为传感器网络与通信、运动与控制。

我们假设每个发射天线发出的信息是同步和同时^[5]的,因此在每个接收天线上接收到的信号是经过加性的高斯白噪声干扰和乘性的符号间干扰的信号叠加,通过配方译码算法将接收的信号进行最大比合并可得到译码结果^[6]。

MIMO 系统的信道矩阵定义为 \mathbf{H} , $H_{i,j}$ 表示从发送天线 i 到接收天线 j 的信道复值衰落系数; \mathbf{H} 亦可表示为 $\mathbf{H} = (\mathbf{h}_1 \mathbf{h}_2 \cdots \mathbf{h}_{M_t})$, 其元素 $\{h_{i,j}\}$ 表示信道矩阵的列向量, $\mathbf{h} = \text{vec}(\mathbf{H})$ 表示 \mathbf{H} 的伴随矢量, 有 $H_{i,j} = h_{(j-1)M_t+i}$, F^2 定义为 \mathbf{H} 的 Frobenius 范数(弗罗伯尼范数)的平方, 即

$$F^2 = \|\mathbf{H}\|^2 = \sum_{i=1}^{M_t} \sum_{j=1}^{M_r} |H_{i,j}|^2 = \sum_{i=1}^{M_t M_r} |h_i|^2 \quad (1)$$

由式(1)可以看出,在信道增益呈现不同的分布衰落时, F^2 的统计特性也不相同。

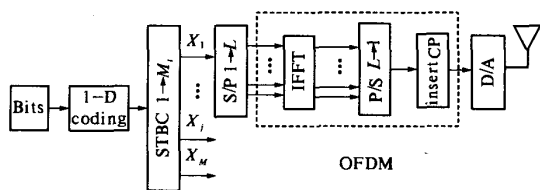


图1 MIMO-OFDM 模型

Fig.1 MIMO-OFDM model

2 平均误码率计算

2.1 Nakagami 分布

Nakagami 在 20 世纪 60 年代初引入了一种概率分布来描述长距离 HF 信道中的快衰落现象^[6-8], 具有这种分布特征的衰落通道称为 Nakagami 衰落。假设信道矩阵 \mathbf{H} 的元素表示为 $H_{i,j} = h_{i,j} \exp(j\phi_{i,j})$, $i = 1, \dots, M_t$; $j = 1, \dots, M_r$, 其中, $h_{i,j}$ 表示信道增益的幅度, $\phi_{i,j}$ 表示相位。归一化信道增益幅度的平均功率 $E(h_{i,j}^2) = 1$, 如果 $h_{i,j}$ 的概率密度函数为下式, 则称信道服从 Nakagami-m 分布:

$$p_{|H_{i,j}|^2} = \frac{2}{\Gamma(m_f)} (m_f)^{m_f} x^{(2m_f-1)} \exp(-m_f x^2) \quad (x \geq 0) \quad (2)$$

式中: m_f 是分布参数, 称为衰落指数, $m_f \geq 0.5$ 。 $|H_{i,j}|^2$ 是自由度为 $2m_f$ 的 Gamma 分布, 当平均功率归一化时, 由式(2)可推得 $|H_{i,j}|^2$ 的概率密度函数为

$$p_{|H_{i,j}|^2} = \frac{x^{(m_f-1)}}{\Gamma(m_f)} (m_f)^{m_f} \exp(-m_f x) \quad (x \geq 0) \quad (3)$$

2.2 信道增益的联合特征函数

设 \mathbf{R} 表示信号道平方增益 y 的相关系数矩阵, 假设所有 Nakagami-m 信号道的衰落参数均为 m_f , 按照 Nakagami-m 分布的定义, 信道幅度 $|h_i|$ 及其增益的平方 y_i 的概率密度函数分别由式(2)和式(3)给出。于是 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{M_t M_r})^T$ 的联合特征函数为

$$\Psi_y(s_1, s_2, \dots, s_{M_t M_r}) = \left[\det\left(\mathbf{I} + \frac{1}{m_f} \mathbf{S} \mathbf{W}\right) \right]^{-m_f} \quad (4)$$

式中: 矩阵 $\mathbf{S} = (s_1, s_2, \dots, s_{M_t M_r})$, 矩阵 \mathbf{W} 的元素 $W_{ij} = (R_{ij})^{1/2}$ ($i, j = 1, 2, \dots, M_t M_r$)。由于 F^2 是相关 Gamma 随机变量之和, 即 $F^2 = \sum y_i = \sum |h_i|^2$ ($i = 1, 2, \dots, M_t M_r$), 故在式(4)中令 $s_1 = s_2 = \dots = s_{M_t M_r} = s$, 即可得到 F^2 的特征函数:

$$\Psi_{F^2}(s) = \left[\det\left(\mathbf{I} + \frac{1}{m_f} s \mathbf{W}\right) \right]^{-m_f} \quad (5)$$

由于 \mathbf{W} 是 Hermitian 矩阵, 可对其进行特征值分解: $\mathbf{W} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H$, 其中 \mathbf{U} 是酉矩阵, \mathbf{U}^H 是 \mathbf{U} 的转置复共轭, $\mathbf{\Lambda} = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{M_t M_r}\}$ 是特征值向量, 若设 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r\}$ 是所有互不相等的非零特征值, r 为这些特征值的数目, 而 $\{m_1, m_2, \dots, m_r\}$ 是这些特征值对应的重数, 则

$$\Psi_{F^2}(s) = \prod_{i=1}^r \left(1 + \frac{s}{m_f} \lambda_i\right)^{-m_i} \quad (6)$$

为简单起见, 只考虑衰落数 m_f 是整数的情况, 对式(6)作部分分式分解, 可得

$$\Psi_{F^2}(s) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} A_{i,j} \left(1 + \frac{s}{m_f} \lambda_i\right)^{-j} \quad (7)$$

2.3 平均误码率

采用 OFDM 调制时, STBC 系统的瞬时误码率为

$$P_{st} = N_c Q\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 E_s}{2 M_t N_0} F^2}\right) \quad (8)$$

式中: N_c 为调制所用信号点间具有最小距离的平均点数; $Q(\cdot)$ 是高斯 Q 函数, 定义为 $Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-t^2/2) dt$ 。因此, 平均误码率为

$$\begin{aligned} P_s &= \int_0^{\infty} P_{st} p_{F^2}(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} N_c Q\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 E_s}{2 M_t N_0} F^2}\right) p_{F^2}(x) dx \end{aligned} \quad (9)$$

对式(7)求反拉普拉斯变换, 可得其概率密

度函数 P_{r2} 代入式(9), 积分变求和, 可导出 Nakagami-m 相关衰落下 STBC-MIMO 系统的平均误码率为

$$P_e = N_c \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} \frac{A_{i,j}}{2} \left[1 - \mu_i \sum_{l=0}^{j-1} \binom{2l}{l} \left(\frac{1 - \mu_i^2}{4} \right)^l \right] \quad (10)$$

式中: $\mu_i = \sqrt{\frac{\alpha^2 E_s \lambda_i}{M_i m_i N_0} / \left(4 + \frac{\alpha^2 E_s \lambda_i}{M_i m_i N_0} \right)}$, 所有支路都是独立时, 矩阵 W 只有一个特征值 1, 这时 P_e 退化成 Nakagami 空间不相关衰落的情形。

3 仿真与比较

由于 MIMO-OFDM 信道估计时是对每根接收天线分别进行估计, 与接收天线数无关, 因此仿真中可使用两发射天线一接收天线设置, OFDM 系统的子载波数目 $L = 128$, 时域采样周期 $T_s = 7.8125$ ms, 有效数据持续时间为 $T = NT_s = 1$ ms, 循环前缀相对时域采样周期的归一化长度为 $N = 128$, 子载波使用 QPSK 调制, 载波频率 $f = 5$ GHz。

图 2 给出了 Nakagami 空间衰落下的误码率曲线, 其中 Nakagami 衰落参数固定为 $m_f = 2$, ρ 为两条支路的信道包络的平方之间的相关系数, 称为功率相关系数。

结果表明, 相关系数越大时, 系统的误码率有所提升。当误码率为 10^{-3} 时, $\rho = 0.5$ 的情况比 $\rho = 0$ 的情况相差约 1 dB 左右, 可以近似认为 $\rho < 0.5$ 的环境下相关的作用不大, 对性能没有太大的影响, 但 $\rho > 0.5$ 时性能下降较多, 不能忽略。

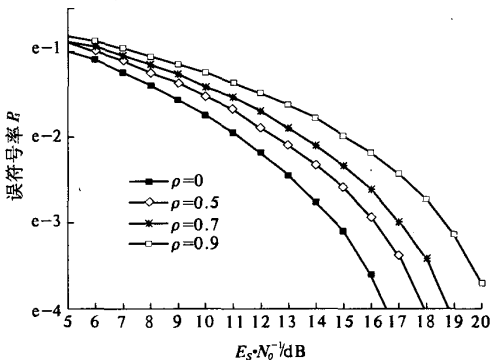


图 2 Nakagami 空间衰落下 2×1 STBC 系统的误码率 ($m_f = 2$)

Fig. 2 SER of 2×1 STBC system in Nakagami space fading channel ($m_f = 2$)

图 3 给出了功率相关系数固定为 0.7 的情况

下的误码率曲线, 每条曲线对应不同的 Nakagami 衰落参数取值。由图可见, 误码率随衰落参数 m_f 的增大而降低。误码率为 10^{-2} 时, 从 $m_f = 0.5$ 到 $m_f = 1$ 时所获得的信噪比增益达到了 6 dB 以上, m_f 从 1 到 2 时也获得了 3 dB 的增益, 但 m_f 从 2 到 4 时的增益只有接近 2 dB。可见, 增加衰落参数 m_f 能改善系统的差错性能, 但当 m_f 比较小时, 比如 $m_f < 2$ 时对性能的影响较大, 而 m_f 较大时, 获得的性能增益逐步减少。

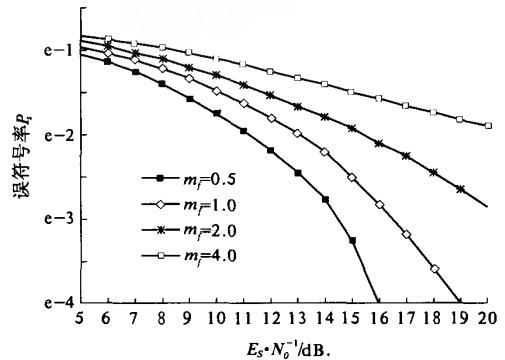


图 3 Nakagami 空间衰落下 2×1 STBC 系统的误码率 ($\rho = 0.7$)

Fig. 3 SER of 2×1 STBC system in Nakagami space fading channel ($\rho = 0.7$)

与 Monto Carlo 仿真结果^[9-10]相比, 式(10)给出的结果在相同计算复杂度时能提供更高的系统误码率。

4 结语

作者推导了一种 Nakagami-m 平坦衰落信道上 MIMO-OFDM 系统采用空时分组码 STBC 的平均误码率表达式, 分析框架适用于开环和闭环系统发射^[10]和接收天线为任意数目^[11], 且采用 OFDM 以减少频率选择性深衰落的应用场合。数值计算结果给出了空间相关性和分布参数对系统的误码率的影响。

在未来的研究工作中, 如何能够结合信道信息, 在各信道 Nakagami 分布参数不同的情况下得到误码率, 从而使系统最优将是十分有意义的。

参考文献:

- [1] NAKAGAMI M. The m-distribution: a general formula of intensity distribution of rapid fading[C]//Statistical Methods in Radio Wave Propagation. Oxford, England: Pergamon, 1960.
- [2] LOMBARDO P, FEDELE G, RAO M M. Performance

- for binary signals in Nakagami fading with general branch correlation[J]. IEEE Transaction on Communication, 1999, 47(1):44-52.
- [3] ZHANG Q T. Correlated nakagami channels with different fading parameters: a generic characterization with applications [C] // Proceedings of International Conference on Communications (ICC). Piscetaway: IEEE Press, 2002:704-708.
- [4] 尹长川, 罗涛, 乐光新. 多载波宽带无线通信技术[M]. 北京:北京邮电大学出版社, 2004.
- [5] 赵曙光, 陈荣, 赵敏. 基于IEEE802.11a标准的简单时间同步算法[J]. 郑州大学学报(工学版), 2006, 27(3):99-103.
- [6] ALAMOUTI S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16(8):1451-1458.
- [7] JOHN G, PROAKIS. Digital Communications[M]. 第三版. 北京:电子工业出版社, 1998:78-90.
- [8] RAPPAPORT T S. Wireless Communications: Principles & Practice[M]. 北京:电子工业出版社, 1998:137-142.
- [9] BIGLIERI E, PROAKIS J, SHAMAI S. Fading channels: information - theoretic and communications aspects[J], IEEE Trans on IT, 1998, 44(6):2619-2692.
- [10] PAULRAJ A J, PARADIAS C B. Space-time processing for wireless communications[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1997, 14(6):49-83.
- [11] 方建印, 陈树伟. 非线性双时刻刻度系统的反馈控制[J]. 郑州大学学报(理学版), 2002, 34(2):24-27.

An Algorithm of Symbol Error Rate of MIMO-OFDM System in Nakagami Spatial Fading Channels

ZHANG Jin-rong¹, WANG Dong², CAO Chang-xiu¹, TANG Xian-lun¹

(1. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400030, China; 2. School of Computer Science and Engineering, Chongqing Institute of Technology, Chongqing 400050, China)

Abstract: To get the influence on signal error rate (SER) of MIMO system parameters, a basic MIMO - OFDM model is first described. Then researches on SER of this MIMO-OFDM model based on STBC in Nakagami spatial fading channels are conducted, and the corresponding SER formula is given which is followed by influence analysis of spatial correlation and Nakagami distribution parameter on SER. Finally, the analytical results are verified through our computer simulation made for this method. Results reveal that adopting Nakagami fading channels can relatively accord with practice data in contrast with Rayleigh distribution or Rice distribution in some cases, and STBC in Nakagami spatial fading channels can meet with the performance requirement of MIMO-OFDM system.

Key words: MIMO-OFDM system; Nakagami distribution; spatial fading; symbol error rate