

文章编号:1671-6833(2007)02-0097-04

基于精细计算的结构瞬时最优预测控制

邓子辰^{1,2}, 鲁晓旭¹, 魏麟欢¹

(1. 西北工业大学 力学与土木建筑学院, 陕西 西安 710072; 2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 针对地震激励作用下的结构控制问题, 提出一种瞬时最优预测控制算法, 该算法采用的开闭环控制策略在控制过程中综合考虑了下一时刻位移、控制力输入能量和地震波能量对结构的影响, 解决了传统开闭环控制必须知道整个过程中外扰信息的难题, 另外对控制过程中的指数矩阵采用精细积分法来求解, 避免求解动力状态矩阵的特征值和特征向量, 简化了算法中指数矩阵的计算, 提高了计算效率, 使得算法具有高效率、高精度、对步长不敏感、无条件收敛的优点. 在算例中将文中方法与 LQG 算法进行了比较, 证明了文中算法的有效性且优于 LQG 算法.

关键词: 瞬时最优预测控制; 开闭环控制; 精细算法; 振动控制; 动力学方程

中图分类号: TU 502⁺.6 **文献标识码:** A

0 引言

1972 年, 美籍华裔学者 Yao. J. T. P. (姚治平) 首次提出结构振动控制的概念. 30 多年来, 诸多学者致力于这一领域的研究, 取得许多重大突破, 提出了很多的振动控制理论和算法, 如: 线型二次型最优控制 (LQR)、线型二次型 Gauss 最优控制 (LQG)、模态控制^[1]、滑移模态控制 (Yang, 1995)、 H_2 和 H_∞ 控制等多种主动控制方法, 但这些控制算法大都采用了变分法原理, 因而都不可避免的存在一定的缺陷——需要求解特征值和特征向量, 并且会遇到求解矩阵指数的难题. 另外, 开闭环控制由于其外扰的不确定性导致其实现困难, 从而限制其应用, 基于此, 本文作者针对瞬时最优控制中的开闭环控制提出一种多自由度下改进的瞬时最优控制方法, 该方法在性能指标中综合考虑下一时刻位移、控制律输入能量和地震波能量的影响, 并对下一时刻进行预测, 称为瞬时最优预测控制. 本方法解决了传统最优控制中的开闭环控制必须知道整个过程中外扰的信息这一不现实的缺点, 同时又引入精细积分法^[2], 解决了矩阵指数的计算精度和计算稳定性问题.

1 结构的基本动力学方程^[3]

考虑地震和控制律共同作用下 n 个自由度结

构的运动方程

$$\begin{aligned} M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) \\ = B_c U(t) + MD_c \ddot{g}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中: M 、 C 和 $K \in R^{n \times n}$ 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $U(t) \in R^p$ 为控制力, 相应的位置矩阵为 $B_c \in R^{n \times p}$; D_c 为地震作用位置矩阵; $\ddot{g}(t)$ 为地震加速度; $X(t) \in R^n$ 为结构位移向量. 运动方程转移到状态空间方程为

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + BU(t) + D_c \ddot{g}(t) \quad (2)$$

式中: $Z(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ \dot{X}(t) \end{bmatrix}_{2n \times 1}$;

$$A = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}_{2n \times 2n}; B = \begin{bmatrix} 0_n \\ M^{-1}B_c \end{bmatrix}_{2n \times p}$$

2 指数矩阵的 2^N 类算法^[2]

对数矩阵 $T(\tau) = \exp(H\tau)$ 的计算 (其中 τ 为时间变量), 用 Taylor 级数法计算指数矩阵 $T(\tau) = \exp(H\tau)$ 的不足是要取足够多项才能达到所需精度, 这在 $H\tau$ 的无穷范数较大时尤为困难. 精细算法利用指数矩阵的性质 ($\exp(H\tau) = [\exp(H\tau/m)]^m$ 取尺度因子 $m = 2^w$), 用 m 作用于 $\|H\tau\|_\infty$, 先计算 $[\exp(H\tau/m)]$, 再经过 w 次自乘, 可解决上述问题. 对 T 的计算, 变换 T 阵如下:

$$\exp(H\tau) = [\exp(H\tau/m)]^m \quad (3)$$

收稿日期: 2006-12-10; 修订日期: 2007-03-28

基金项目: 教育部新世纪优秀人才计划项目 (NCET-04-0958); 河南省自然科学基金资助项目 (0611010800); 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室开放基金资助项目

作者简介: 邓子辰 (1964-), 男, 陕西西安人, 西北工业大学教授, 博士生导师, 主要从事计算力学方面的研究.

当参数 $m=2^N$, $N=20$ 时, $\Delta t=\tau/m$ 是很小的时间段. 对 Δt , 有

$$\exp(H\Delta t) \approx I + T_a \quad (4)$$

其中,

$$T_a = H\Delta t + (H\Delta t)^2/2! + (H\Delta t)^3/3! + (H\Delta t)^4/4! \quad (5)$$

计算的关键是指数矩阵的存储只能是 T_a , 而不能是 $I + T_a$, 因为 T_a 很小时, 当它与单位矩阵 I 相加时就成为其尾数, 其精度在计算机舍入操作中丧失.

$$T = [I + T_a]^{2^N} = [I + T_a]^{2^{N-1}} \times [I + T_a]^{2^{N-1}} \quad (6)$$

由于 $(I + T_a)(I + T_a) = I + T_a + T_a \times T_a$, 则式(6)相当于执行语句

$$\begin{aligned} &\text{For } (i=0; i < N; i++) \\ &\quad T_a = 2 \times T_a + T_a \times T_a \end{aligned} \quad (7)$$

循环结束时, 有

$$T = I + T_a \quad (8)$$

式(5)、(6)、(7)便是指数矩阵的精细积分算法公式, 也是算法的关键之处.

3 最优预测控制算法

3.1 性能指标

传统最优控制导出的开-闭环反馈控制能直接考虑外扰的影响, 其缺点是必须知道整个过程中外扰的信息, 然而由于地震的高度随机性和非完全预知性, 也就限制了其在实际工程中的运用. 为解决此问题, 文献[5]提出瞬时最优预测控制, 但其只考虑单自由度的情况, 未对多自由度情况进行讨论. 本文作者将其取 Lagrange 规范型的离散的性能指标函数, 综合考虑下一时刻位移、控制力输入能量和地震波能量的影响, 设性能指标函数为

$$J_n = \frac{1}{2} \left[Z_{n+1}^T Q Z_{n+1} + U_n^T R U_n + 2(-MD, \ddot{g}_n) \cdot L^T P Z_{n+1} \right] \quad (9)$$

式中: $L = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1}$; $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$;

$Q = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$; R 为相应维数的权矩阵.

式(9)中, Z_n 、 U_n 、 \ddot{g}_n 分别表示 $t=n\tau$ 时刻的状态向量、控制力和地震波输入; Q 表示系统动能和势能间的分配权系数; R 和 P 分别表示第二项和第三项能量的有效系数; s 为权重系数.

3.2 算法推导

设采样时间间隔为 τ , 将方程离散化后可得多元自回归滑动平均 (ARMA) 方程为

$$Z_{n+1} = \Phi Z_n + \Gamma [B_1 U_n + MD, \ddot{g}_n] \quad (10)$$

式(10)中,

$$\begin{aligned} \Phi = \exp(A\tau) &= I + A\tau + \frac{1}{2!} A^2 \tau^2 + \dots \\ &+ \frac{1}{r!} A^r \tau^r + \dots = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \left[I + \frac{1}{2!} A\tau + \frac{1}{3!} A^2 \tau^2 + \dots + \frac{1}{r!} A^{r-1} \tau^{r-1} + \dots \right] B\tau \\ &= \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

式(11)、(12)中, 在保证足够精度的情况下, Φ 可用精细算法求解, 可得

$$T = \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Gamma = (T - I) A^{-1} B \quad (14)$$

\ddot{g}_n 的预测可用 Sato 提出的自回归 (AR) 方法^[4], 设

$$\ddot{g}_n = \alpha_1 \ddot{g}_{n-1} + \alpha_2 \ddot{g}_{n-2} + \alpha_3 \ddot{g}_{n-3} + \alpha_4 \ddot{g}_{n-4} + \nu_n \quad (15)$$

式中: ν_n 为白噪声; α_i ($i=1, 2, 3, 4$) 为权重系数^[6], α_i 可以应用 Kalman 滤波在控制过程中用递归法获取^[8].

在开闭环控制中, 需要同时考虑进行反馈控制和前馈控制, 因此可确定控制力

$$U_n = G_{FB} Z_n + G_{FF} D, \ddot{g}_n \quad (16)$$

式中: G_{FB} 、 G_{FF} 分别表示反馈增益矩阵和前馈增益矩阵, 可用下式表示

$$G_{FB} = (R + \Gamma^T Q \Gamma)^{-1} \Gamma^T Q \Phi \quad (17)$$

$$G_{FF} = (R + \Gamma^T Q \Gamma)^{-1} \Gamma^T [Q \Gamma + P^T L] M \quad (18)$$

综合式(16)、(17)、(18)可得到控制力 U_n :

$$\begin{aligned} U_n &= [-1/(R + K\Gamma_1^2 + M\Gamma_2^2)] \cdot [\Gamma_1 K \Phi_{11} + \Gamma_2 M \Phi_{21}] Z_n \\ &+ [(\Gamma_1 K \Phi_{12} + \Gamma_2 M \Phi_{22}) \dot{Z}_n - (K\Gamma_1^2 + M\Gamma_2^2 + \alpha \Gamma_2) MD, \ddot{g}_n] \end{aligned} \quad (19)$$

系统控制的基本原理如图 1 所示, 控制力的获得如图 2 所示.

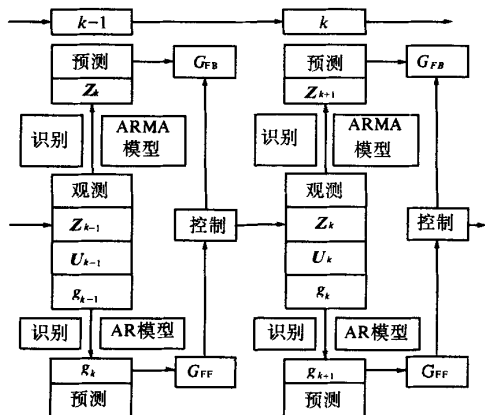


图 1 识别、预测、控制过程示意图

Fig.1 Schematic procedure of identification, prediction and control

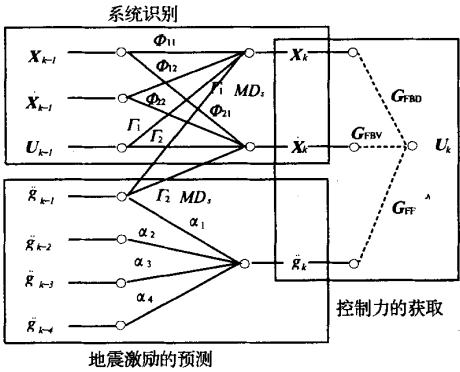


图 2 等效神经网络结构
Fig. 2 Equivalent neural network

4 算例分析

设结构层质量和层间刚度分别为 $m_i = 4 \times 10^5 \text{ kg}$ 和 $k_i = 2 \times 10^8 \text{ N/m}$ ($i = 1, 2, 3$)。结构阻尼矩阵可按 Rayleigh 阻尼由前二阶振型阻尼比确定, 即 $C = \alpha_c M + \beta_c K$, α_c 和 β_c 由前二阶振型阻尼比确定。假定结构前二阶振型阻尼比为 $\zeta_1 = \zeta_2 = 5\%$ 。无控制时结构的自振频率分别为 1.58 Hz、4.44 Hz 和 6.42 Hz。其结构形式和控制力作用位置见图 3。结构外干扰为 EL Centro (NS, 1940) 地震波, 时间为 20 s, 地震输入峰值为 3.417 m/s^2 , 如图 4 所示。

在仿真过程中, 采样时间间隔为 0.02 s, 持续时间为 20 s, 控制力作用位置如图 3 所示, 仿真结果仅列出第三层结构在地震激励下的位移、速度, 结果如图 5 所示。

从仿真结果上看, 对于所选的三层框架体系, 无论是位移还是速度的控制均取得了很好的效果, 无控制时第三层最大位移为 -0.093 m , 采用 LQG 方法进行控制后的最大位移为 -0.035 m , 而在相同的条件下采用本文方法控制后峰值位移分别为 -0.023 m , 与未控制时和采用 LQG 方法相比分别降低了 75.3%、34.3%; 未控制时第三层最大速度为 0.912 m/s , 采用 LQG 方法控制后为 0.352 m/s , 而在相同的条件下采用文中方法控制后峰值速度为 0.251 m/s , 与未控制时和采用 LQG 方法时相比分别降低了 72.5%、28.7%。另外特别指出, 在 10~20 s 这段时间内控制效果尤其令人满意, 其原因是经过前一段时间的预测并不断修正误差, 使得在这段时间预测的精度和可靠度进一步得到了提高。

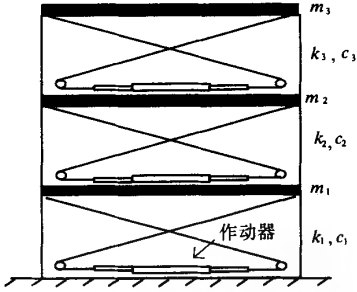


图 3 结构主动控制系统
Fig. 3 The active control system of structure

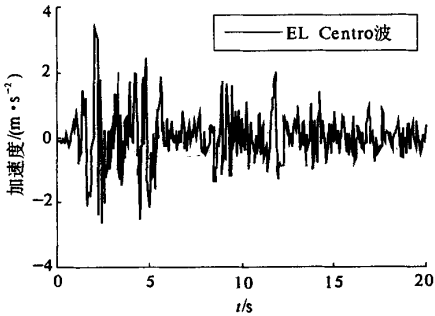
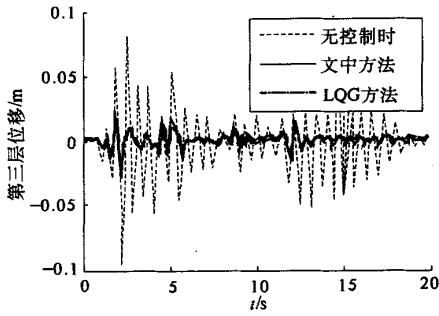
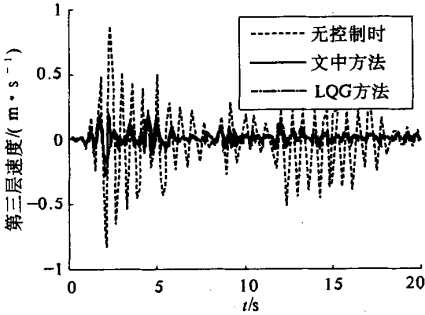


图 4 EL Centro 地震波
Fig. 4 EL centro earthquake wave



(a) 位移



(b) 速度

图 5 第三层结构在方法作用下的速度和位移
Fig. 5 Displacement and speed response of third floor

5 结论

(1) 采用的瞬时最优预测控制算法通过仿真验算证明在控制过程中大幅降低结构的位移和速度响应,可以取得很好的控制效果;采用预测方法来获得下一时刻地震激励,解决了传统开闭环控制中必须知道外扰信息的这一难题,因而具有很好的工程实际意义;

(2) 由于精细算法的引入,避免求解 A 矩阵的特征值和特征向量,减少矩阵求逆的运算,因此文中方法有很高的计算效率,另外由于其具有很高的计算精度,无条件收敛,并且对时间步长不敏感,使得控制过程中得到的状态向量具有很高的准确性、有效性和稳定性;

(3) 该算法为结构控制提供了一种新的计算方法,同时该方法中的运动方程通过适当变换,也可用于其他领域的结构控制中,因而具有很好的可移植性。

参考文献:

- [1] SOONG T T. Active Structure Control Theory and Practice[M]. New York: Longman Scientific & Technical, 1990.
- [2] 钟万勰.应用力学对偶体系[M].北京:科学出版社,2002.
- [3] 欧进萍.结构振动控制:主动、半主动和智能控制[M].北京:科学出版社,2003:56-89.
- [4] SATO T, TOKI K, HASHIMOTO M. Predictive control of seismic response of structure with time delay[C]. Tokyo: Japan Soc of Civ Engrs, 1991(428): 193-202.
- [5] MASARU H, YOSHIHITO S. Prediction control of SDOF system[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1995, 121(10):1049-1055.
- [6] SOONG T T. State-of-the-art review: Active structural control in civil engineering[J]. J Engrg Struct, 1988, 10:74-84.
- [7] TANG Y. New algorithm for active structural control[J]. Structural Engineering, ASCE, 122(9):1081-1088.
- [8] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems. [J]. J Basic Engrg, 1960, 82(1): 35-45.
- [9] 张洵安,薛荣刚.巨-子型控制结构体系在竖向地震作用下的反应分析[J].郑州大学学报(工学版), 2005, 26(3): 41-45.

An Algorithm of Instantaneous Optimal Prediction Control Based on Precise Integration Method

DENG Zi - chen^{1,2}, LU Xiao - xu¹, WEI Lin - huan¹

(1. School of Mechanics, Civil Engineering & Architecture, Northwest Polytechnic University, Xi' an 710072, China; 2. State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: For the structural control under seismic excitation, an algorithm of instantaneous optimal prediction control is presented. the algorithm in closed - open loop control includes one step ahead corresponding to the discrete expression of governing equation, the input energy of control force and seismic excitation, thereby it can solve the problem that we must know the information of seismic excitation. Exponent matrix in control is considered as a problem, and we solve it with the precise integration method which has advantages of high efficiency, high precise, not sensitive to time - step and unlimited convergent. Besides, the algorithm in this paper can avoid solving the characteristic vector and the Eigen values of the dynamic state matrix, and can make the exponent matrix to calculate easily, so it is applicable in project. Finally, by comparing the algorithm with LQG method, it shows the effectiveness and merits of the algorithm in the paper.

Key words: instantaneous optimal prediction control; closed - open loop; precise integration method (PIM); vibration control; dynamic equation