

文章编号:1671-6833(2007)04-0084-04

一类非线性系统的鲁棒耗散容错控制

曾涛, 赵胜凯

(北京交通大学 电子信息工程学院, 北京 100044)

摘要: 针对一类基于 T-S 模糊模型表示的具有范数有界时变参数不确定性的非线性系统和严格耗散要求, 提出在执行器故障时系统稳定且严格耗散的鲁棒耗散容错控制器设计方法. 应用并行分布式控制及线性矩阵不等式的方法, 得出了系统在执行器故障时耗散容错控制器存在的充分条件, 并且使闭环系统对于允许的参数不确定性具有鲁棒性. 进一步建立和求解线性矩阵不等式约束的凸优化问题, 给出了系统稳定且严格耗散的模糊容错控制器的设计方法. 仿真结果表明该方法的可行性和有效性.

关键词: 非线性系统; 不确定性; 执行器失效; 严格耗散; LMI(线性矩阵不等式)

中图分类号: TP 13 **文献标识码:** A

0 引言

耗散性是系统和控制理论中的一个重要概念. 它的实质内容就是系统内部能量的损耗总是小于外部能量的供给率. 1972 年 Willems 建立耗散理论后, 耗散性理论在系统、电路、网络和控制理论中发挥着重要作用^[1]. 近些年来, 线性系统的鲁棒耗散控制取得了一些成果^[2-5]. 而对非线性系统的鲁棒耗散控制研究文献较少^[6-9], 其中文献^[7]通过选取 Lyapunov 函数来得到系统耗散的判据及控制设计方法.

具有线性后件的 T-S 模糊模型可以任意精度逼近实际的非线性系统, 其中文献^[10, 11]考虑了 T-S 模糊模型表示的非线性时滞系统的模糊鲁棒控制问题.

笔者研究基于 T-S 模糊模型的非线性系统具有范数有界参数不确定性, 及执行器失效的鲁棒耗散容错控制问题. 针对此类非线性系统, 通过并行分布式控制方法, 得到了模糊控制器存在的充分条件, 及系统稳定且严格耗散的鲁棒耗散容错控制器的设计方法. 最后进行了仿真研究.

1 问题的描述

考虑用 T-S 模糊模型表示的非线性系统:

R^i : if $Z_1(t)$ is M_{i1} and ... and $Z_g(t)$ is M_{ig}

then

$$\dot{x}(t) = [A_i + \Delta A_i(t)]x(t) + B_{1i}w(t) + (B_{2i} + \Delta B_{2i})u(t),$$

$$y(t) = C_i x(t) + D_i w(t), \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

式中: R^i 表示 T-S 模糊模型的第 i 条规则, 也称为模糊子系统; $Z_g(t)$ 为模糊规则的前件变量; M_{ij} 为模糊语言值集合; $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, y(t) \in R^p, w(t) \in R^r$ 分别为系统的状态向量、控制向量、被控输出、外部输入; $A_i, B_{1i}, B_{2i}, C_i, D_i$ 是适当维数的实常数矩阵, $\Delta A_i, \Delta B_{2i}$, 是系统的不确定项, 他们反映了系统模型中的时变参数不确定性.

本研究考虑的不确定性是范数有界的, 且具有如下结构

$$\Delta A_i = HF(t)E_{1i}, \quad \Delta B_{2i} = HF(t)E_{2i} \quad (2)$$

式中: E_{1i}, E_{2i}, H 是具有适当维数常数矩阵, 反映了不确定性的结构; $F(t)$ 是一个具有 Lebesgue 可测元的未知矩阵, 且满足

$$F(t)^T F(t) \leq I, \quad \forall t \geq 0 \quad (3)$$

式中: I 为适当维数单位矩阵.

全局模糊逻辑系统可以写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t)) \{ (A_i + \Delta A_i(t))x(t) + B_{1i}w(t) \\ \quad + (B_{2i} + \Delta B_{2i}(t))u(t) \} \\ y(t) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t)) (C_i x(t) + D_i w(t)) \end{cases} \quad (4)$$

式中: $z(t) = [z_1(t) \quad z_2(t) \quad \dots \quad z_g(t)]$;

$$h_i(z(t)) = w_i(z(t)) / \sum_{i=1}^n w_i(z(t));$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^g M_{ij}(z_j(t)); M_{ij}(z_j(t)) \text{ 表示前件}$$

收稿日期: 2007-09-05; 修订日期: 2006-10-09

作者简介: 曾涛 (1972-), 女, 云南景谷人, 北京交通大学工程师, 硕士, 主要从事信息工程及控制方面的研究工作.

E-mail: ztzsk@126.com

变量; $z_i(t)$ 对应于模糊值 M_{ij} 的隶属度.

本研究的问题是: 针对给定的模糊系统(1), 设计相应的模糊状态反馈控制器, 使闭环系统稳定且严格耗散. 考虑的控制器的形式如下:

$$R^i: \text{if } Z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } Z_g(t) \text{ is } M_{ig} \text{ then } u(t) = K_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

式中: K_i 为控制器增益. 整个模糊控制器可以表示为

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{i=1}^n w_i(z(t)) K_i x(t) / \sum_{i=1}^n w_i(z(t)) \\ &= \sum_{i=1}^n h_i(z(t)) K_i x(t) \\ &= K(h) x(t) \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $K(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t)) K_i$.

对所设计的控制器, 进一步考虑执行器失效问题. 由于执行器担任着将控制器计算出的数据传输给系统的任务, 而执行器不可避免的出现磨损或者突然失效的情形, 对于这种情形的数学描述是:

存在矩阵 $L = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_n)$, 把它放在 B_1 和反馈增益阵 K 之间. 其中

$$f_i = \begin{cases} 1 & (\text{第 } i \text{ 个执行器正常}) \\ 0 < f_i < 1 & (\text{第 } i \text{ 个执行器部分失效}) \\ 0 & (\text{第 } i \text{ 个执行器完全失效}) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

对于闭环系统(4), 考虑执行器失效问题时可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \bar{A}_c(h)x(t) + B_1(h)w(t) \\ y(t) = C(h)x(t) + D(h)w(t) \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$\bar{A}_c(h) = A(h) + B_2(h)LK(h) + HF(t)E_1(h) + HF(t)E_2(h)LK(h);$$

$$A(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))A_i; \Delta A(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))\Delta A_i;$$

$$B_1(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))B_{1i}; B_2(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))B_{2i};$$

$$C(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))C_i; D(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))D_i;$$

$$\Delta B(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))\Delta B_{2i};$$

$$\Delta A(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))HF(t)E_{1i} = HFE_1(h);$$

$$\Delta B_2(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))HF(t)E_{2i} = HFE_2(h);$$

$$E_1(h) = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))E_{1i}; E_2 = \sum_{i=1}^n h_i(z(t))E_{2i} \quad (8)$$

引理^{[6]1} 标称线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t); \quad x(0) = 0; \\ z(t) = Cx(t) + Dw(t). \end{cases} \quad (9)$$

渐进稳定且严格耗散的充分条件为存在实矩阵 $S, Q = Q^T > 0, R = R^T, P > 0$ 使

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P & PB - C^T S & -C^T Q^{1/2} \\ B^T P - S^T C & -D^T S - S^T D - R & -D^T Q^{1/2} \\ -Q^{1/2} C & -Q^{1/2} D & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

引理^{[6]2} A, D, E 和 F 为适当维数的实矩阵, 且有 $F^T F \leq I$, 对任意的标量 $\varepsilon > 0$, 有

$$DFE + E^T F^T D^T < \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1} E^T E$$

2 主要结果

定理1 对给定的矩阵 Q, S, R , 闭环系统(7) 是渐进稳定且严格耗散的充分条件是存在常数 $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$, 矩阵 $Y, X = X^T > 0$, 满足如下不等式

$$\begin{bmatrix} \hat{\Theta} & * & * & * & * \\ B_1^T(h) - S^T C(h)X & -D^T(h)S - S^T D(h) & * & * & * \\ -Q^{1/2} C(h)X & -Q^{1/2} D(h) & -I & * & * \\ E_1(h)X & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & * \\ E_2(h)LY & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

其中

$$\hat{\Theta} = A(h)X + B_2(h)LY + XA(h)^T + Y^T L^T B_2^T(h) + \varepsilon_1 HH^T + \varepsilon_2 HH^T, \text{“*” 表示对称部分.}$$

证明: 设 $u(t) = K(h)x(t)$ 是系统(1) 的控制器, 根据引理1 知, 闭环系统(7) 是渐进稳定且严格耗散的充分条件为存在 $P > 0$, 使

$$\begin{bmatrix} P\bar{A}_c(h) + \bar{A}_c^T(h)P & * & * \\ B_1^T(h)P - S^T C(h) & -D^T(h)S - S^T D(h) & * \\ -Q^{1/2} C(h) & -Q^{1/2} D(h) & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

将 $\bar{A}_c(h) = A(h) + B_2(h)LK(h) + HF(t)E_1(h) + HF(t)E_2(h)LK(h)$ 代入式(12) 可得

$$\begin{bmatrix} \Theta & * & * \\ B_1^T(h)P - S^T C(h) & -D^T(h)S - S^T D(h) & * \\ -Q^{1/2} C(h) & -Q^{1/2} D(h) & -I \end{bmatrix} < 0$$

其中 $\Theta = P(A(h) + B_2(h)LK(h)) + (A(h) + B_2(h)LK(h))^T P + P(DF(t)E_1(h) + HF(t)E_2(h)LK(h)) + (HF(t)E_1(h) + HF(t)E_2(h)LK(h))^T P$

对其中的不确定性, 由引理2 得

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Theta} & * & * \\ B_1^T(h)P - S^T C(h) & -D^T(h)S - S^T D(h) & * \\ -Q^{1/2} C(h) & -Q^{1/2} D(h) & -I \end{bmatrix} < 0$$

其中 $\tilde{\Theta} = \Theta + \varepsilon_1 P H H^T P + \varepsilon_1^{-1} E_1^T(h) E_1(h) + \varepsilon_2 P H H^T P + \varepsilon_1^{-1} K^T(h) L^T E_2^T(h) E_2(h) L K(h)$
 上式左乘 $diag\{P^{-1}, I, I\}$, 右乘 $diag\{P^{-1}, I, I\}$, 令 $K(h)P^{-1} = Y, P^{-1} = X$, 由 Schur 补引理可得定理 1 中的式(11).

定理 2 对范数有界的不确定性, 执行器失效, 控制器(6), 及给定的矩阵 Q, S, R , 闭环系统(7) 是渐进稳定且严格耗散的充分条件是存在常数 $\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i} > 0$, 矩阵 $Y_j, i = 1, \dots, n$ 及对称正定矩阵 X , 满足如下的不等式

$$\Psi_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$\Psi_{ij} + \Psi_{ji} < 0, \quad i < j < r \quad (13)$$

其中

$$\Psi_{ij} = \begin{bmatrix} \Xi & * & * & * & * \\ B_{1i}^T - S^T C_i X & -D_i^T S - S^T D_i & * & 0 & 0 \\ -Q^{1/2} C_i X & -Q^{1/2} D_i & -I & 0 & 0 \\ E_{1i} X & 0 & 0 & -\varepsilon_{1i} I & 0 \\ E_{2i} L Y_j & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{2i} I \end{bmatrix}$$

其中 $\Xi = A_i X + B_{2i} L Y_j + X A_i^T + Y_j^T L^T B + \varepsilon_{1i} H H^T + \varepsilon_{2i} H H^T$

证明 由不等式(11) 和式(4) 可知, 不等式(13) 左边等于

$$\sum_{i=1}^n h_i(z(t)) \sum_{j=1}^n h_j(z(t)) \Psi_{ij} = \sum_{i=1}^n h_i(z(t)) h_i(z(t)) \Psi_{ii} + \sum_{i < j} h_i(z(t)) h_j(z(t)) (\Psi_{ij} + \Psi_{ji})$$

则当(13) 成立时, (11) 式成立.

3 仿真示例

设系统(1) 的参数为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}; \quad B_{11} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix};$$

$$C_1 = [1 \quad 0.1]; \quad D_1 = 0.1;$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0 & -0.3 \end{bmatrix}; \quad B_{12} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix};$$

$$C_2 = [0.2 \quad 1]; \quad D_2 = 0.2$$

不确定性参数为:

$$H = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.05 \end{bmatrix}; \quad E_{11} = [0.12 \quad 0.01]; \quad E_{21} = [0.2 \quad 0.3];$$

$$E_{12} = [0.12 \quad 0.01]; \quad E_{22} = [0.2 \quad 0.1]$$

当 $F(t) = rand(1), h_1 = \sin(x_1^2), h_2 = 1 - h_1, \omega(t) = 0.5 \sin(t)$ 时, 以 $x_0 = [-1 \quad 3]^T$ 为初始值, 系统状态变化曲线如图 1 所示.

显然若执行器完全失效, 则系统为不稳定. 如果要达到容错的效果, 则执行器必须有冗余项. 当

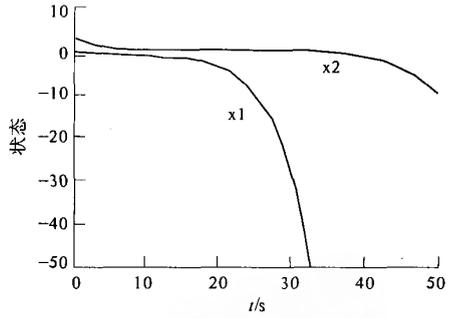


图 1 系统的状态变化曲线

Fig.1 States of the open system

系统控制器有两个输出信息时, 其中控制器前的参数 $B_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. 假设系统第二个执行器相对易失效, 即执行器失效矩阵为 $L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 并给定 $Q = 1, S = 0, R = 1$, 代入定理 2 中, 考虑系统正常与执行器失效两种情形的可能性, 得到如下参数值

$\varepsilon_{11} = 6.0820; \quad \varepsilon_{21} = 9.3818; \quad \varepsilon_{12} = 3.5374; \quad \varepsilon_{22} = 5.2155$

$$X = \begin{bmatrix} 1.9540 & -0.4872 \\ -0.4872 & 0.3506 \end{bmatrix}; \quad Y_1 = \begin{bmatrix} -147.7503 & -0.0443 \\ 31.3861 & -87.7194 \end{bmatrix};$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} -104.8654 & -0.0961 \\ 9.1390 & -99.4802 \end{bmatrix}; \quad K_1 = \begin{bmatrix} -115.6532 & -160.5848 \\ -70.8759 & -348.6686 \end{bmatrix};$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -82.2233 & -114.5312 \\ -101.0952 & -424.2036 \end{bmatrix}.$$

当系统执行器正常时, 带有模糊耗散控制器的闭环系统的状态变化曲线如图 2 所示.

当系统第二个执行器部分失效, 执行器失效矩阵为 $L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$ 时, 带有耗散容错控制器的闭环系统的状态变化曲线如图 3 所示.

由图 2 和图 1 知, 当执行器部分失效时, 系统仍能在较短的时间内稳定. 说明此方法的有效性.

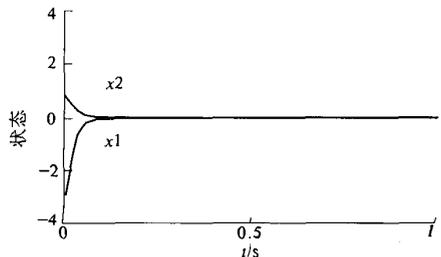


图 2 执行器正常时闭环系统的状态变化曲线

Fig.2 States of the closed system without actuator faults

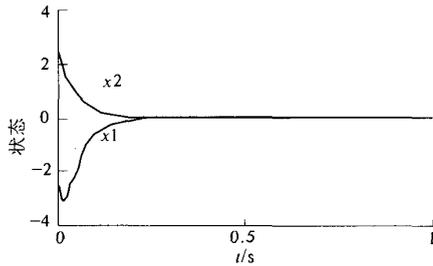


图3 执行器部分失效时闭环系统的状态变化曲线

Fig.3 States of the closed system with part of actuator faults

4 结论

本文针对一类可以用 T-S 模型表示的非线性连续系统,考虑范数有界参数不确定性,执行器失效时的耗散容错控制问题.由于 T-S 模型后件的特殊性,应用并行分布式控制方法,得出模糊控制器存在的充分条件及相应的 LMI 形式.由于耗散控制本身兼顾了相位和增益信息,从而相对减少了控制器设计的保守性.仿真结果进一步说明了此方法的可行性和有效性.

参考文献:

- [1] WILLEMS J C. Dissipative dynamical systems: Part I and Part II[J]. Arch. Rational Mechanics and Analysis, 1972, 45: 321 - 393.
- [2] TAN Z, SOH Y C, XIE L. Dissipative control for linear discrete time systems[J]. Automatica, 1999, 35 (9): 1557 - 1564.
- [3] 董心壮, 张庆灵. 滞后离散广义系统的鲁棒严格耗散控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 743 - 752.
- [4] 邵汉永. 线性离散时滞系统的鲁棒耗散控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(3): 443 - 448.
- [5] QIN L, DUAN G R. Robust dissipative control for uncertain descriptor linear systems with time delay[C]. Intelligent Control and Automation (WCICA), Dalian: Dalian University of Technology Publishing, 2006: 2327 - 2333.
- [6] SHAO H, FENG C B. Robust dissipative control for linear multi - variable systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(3): 365 - 371.
- [7] LIE X. Robust output feedback dissipative control for uncertain nonlinear systems[C]. Intelligent Control and Automation (WCICA), Hangzhou: Zhejiang University Publishing, 2004: 809 - 813.
- [8] 邵克勇, 张良, 宋衍茹, 等. 非线性中立型时滞系统的鲁棒耗散控制[J]. 计算机应用与软件, 2007, 24(1): 110 - 111, 120.
- [9] YANG L, ZHANG Q L, QIU Z Z. Time - delay dependent robust dissipative control for a class of nonlinear time - delay systems[C]. Systems and Control in Aerospace and Astronautics (ISSCAA), Haerbin: Haerbin Institute of Technology Publishing, 2006: 1325 - 1328.
- [10] GUAN X P, CHEN C L. Delay - dependent guaranteed cost control for T - S fuzzy systems with time delays[J]. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2006, 12 (3): 236 - 249.
- [11] TIAN E G, PENG C. Delay - dependent stability analysis and synthesis of uncertain T - S fuzzy systems with time - varying delay[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157: 544 - 559.

Robust Dissipative Fault Tolerant Control for A Class of Nonlinear Systems

ZENG Tao, ZHAO Sheng - kai

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: For a class of nonlinear systems with norm - bounded time - varying parameter uncertainty based on T-S fuzzy model and the requirement of strict dissipativeness, the method of designing a robust dissipative fault tolerant controller when actuator faults occur is proposed in this paper. By use of the methods of parallel - distributed (compensation) and linear matrix inequality, the sufficient conditions are derived for the existence of robust dissipative fault tolerant controllers when actuator faults occur, and with the controller the closed loop system is robust and stable for the admissible parameter uncertainty. Furthermore, a convex optimization problem with LMI constraints is formulated to give the method of designing the robust dissipative fault tolerant controller which makes the closed loop system stable and strict dissipative. Simulation shows the feasibility and validity of this method.

Key words: nonlinear system; uncertainty; actuator fault; strict dissipative; LMI (linear matrix inequality)