

# 基于 PSO 的非线性马斯京根模型参数率定新方法

马细霞, 舒丹丹, 黄渝桂

(郑州大学 环境与水利学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 针对目前马斯京根河道洪水演进模型参数率定中所存在的线性化、求解复杂、精度差等问题, 本文提出了一种基于粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法的非线性马斯京根模型参数率定新方法, 并将其应用于称钩弯—临清段洪水演进计算中. 通过与 PSO 线性模型、最小二乘法线性模型参数率定法洪水演算结果的对比分析, 发现基于 PSO 算法的非线性模型精度高于两种线性模型, 1960、1961 和 1964 年三场典型洪水误差平方和分别减小了 0.9%、6.2% 和 1.6%, 表明基于 PSO 的非线性马斯京根模型参数率定结果更接近实际洪水的演进过程.

**关键词:** 非线性马斯京根模型; 粒子群优化算法; 中心距离函数

**中图分类号:** TV 121 + 4

**文献标识码:** A

## 1 引言

河道洪水演算<sup>[1]</sup>分为水力学和水文学两类方法, 水力学方法以圣维南(St. Venant)方程组的求解为基础, 在有较准确的河道地形和河床观测数据的河段已成为一种重要方法, 但在资料条件缺乏、要求快速计算时, 简便易行又有一定精度的水文学方法也是洪水演算的重要方法<sup>[1]</sup>. 在水文学方法中, 线性马斯京根(Muskingum)法是河道洪水演算广泛应用的方法, 其模型构成河道水量平衡方程

$$\frac{dW}{dt} = I - Q \quad (1)$$

槽蓄方程:

$$W = KQ' = K[xI + (1-x)Q] \quad (2)$$

式中:  $W$  为槽蓄量,  $m^3$ ;  $t$  为时间,  $h$ ;  $I$ 、 $Q$  为河段的入流量、出流量,  $m^3/s$ ;  $x$  为流量比重因子;  $K$  为槽蓄系数,  $h$ .

此模型运用的关键问题是对参数  $x$ 、 $K$  的估计, 一旦确定了  $x$ 、 $K$ , 就可以利用差分方程进行流量演算. 估计  $x$ 、 $K$  常用的方法有试算法、最小二乘法<sup>[2]</sup>、最小面积法等, 试错法需要大量的试算、作图和主观判断, 带有一定的盲目性和不确定性; 最小二乘法等优化方法即使所求的参数准确, 但由于槽蓄方程是线性的, 与工程实际不相符合. 在大中型河床的中下游, 河流坡度小, 水流速度随水

位的升高而增加很快, 存在非线性作用, 所以需要将马斯京根模型中的线性槽蓄方程非线性化, 才能更好的满足工程实际的需要.

非线性马斯京根模型仍由河道水量平衡方程式(1)和槽蓄方程构成, 其槽蓄方程具体形式为

$$W = K[xI + (1-x)Q]^m \quad (3)$$

非线性马斯京根模型参数  $x$ 、 $K$ 、 $m$  的估计, 许多学者提出了不同的方法<sup>[3]</sup>, Gill 提出用试错法进行估计, 但花费的时间很长; Tung 用非线性规划法所得结果比 Gill 的试错法结果好, 但其求解时必须假设合适的初值才能保证结果能达到全局最优, 否则会使求解陷于局部极值. Yoon 和 Padmanabhan 采用 Marquard 算法进行非线性最小二乘法回归对参数  $x$ 、 $K$ 、 $m$  进行估计, 同样需要假设合理的初值才能得到满意的结果.

粒子群优化算法<sup>[4-5]</sup>(Particle Swarm Optimization, 简称 PSO)是由 Kennedy 和 Eberhart 等人于 1995 年提出的一种基于种群搜索的自适应进化计算技术, 该算法具有并行处理和鲁棒性好等特性. 它不依赖于问题的具体领域, 以粒子群个体作为运算对象, 直接以目标函数作为寻优搜索的基本信息, 可以使用整个种群的信息, 并且占用计算机内存少, 尤其适用于求解一些非线性、多参数复杂系统的全局优化问题.

笔者针对式(1)和式(3)所构成的非线性马斯京根模型, 以河道下断面实测流量与河道演算

收稿日期: 2006-08-20; 修订日期: 2007-11-02

基金项目: 河南省自然科学基金资助项目(0411050800); 河南省杰出青年科学基金资助项目(512002500)

作者简介: 马细霞(1963-), 女, 河南叶县人, 郑州大学副教授, 硕士, 主要从事水资源系统工程研究.

出流量的误差平方和最小为目标函数,采用 PSO 算法率定模型参数,通过实例验证模型的可行性。

## 2 粒子群优化算法(PSO)

### 2.1 粒子群优化算法

粒子群算法将种群个体看成是  $n$  维寻优搜索空间中一个没有体积和重量的粒子,每个粒子都有自己的速度和位置,粒子的位置代表着所求问题的一个潜在解。根据粒子所经历的历史最佳位置和群体历史最佳位置信息,动态调整粒子的飞行速度,使其不断地向目标值逼近。记  $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]$  为粒子  $i$  的当前位置,  $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}]$  为粒子  $i$  的当前飞行速度,  $p_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}]$  为粒子  $i$  所经历的最好位置,也就是粒子  $i$  所经历过的具有最好适应值的位置,  $P_g$  表示群体所有粒子经历的最好位置。第  $i$  个粒子从  $k$  代进化到  $k+1$  代,通过下式进行转移:

$$v_{ij}(k+1) = wv_{ij}(k) + c_1r_1[p_{ij}(k) - x_{ij}(k)] + c_2r_2[p_{gij}(k) - x_{ij}(k)] \quad (4)$$

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + v_{ij}(k+1)$$

式中:  $i=1, 2, \dots, m$ ,  $m$  为种群中粒子的个数;  $j=1, 2, \dots, n$ ,  $n$  为空间向量的维数;  $c_1, c_2$  为学习因子,均为非负实数;  $r_1, r_2$  为  $[0, 1]$  区间内的随机数;  $v_{ij}$  为粒子  $i$  的速度,  $v_{ij} \in [-v_{imax}, v_{imax}]$ ;  $w$  表示惯性权重,使粒子具有扩展搜索空间的趋势,有助于对新区域的搜索。

### 2.2 粒子群优化算法流程

粒子群算法的流程图如图 1 所示。

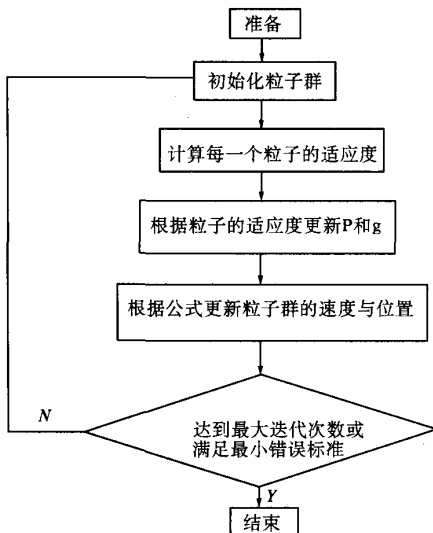


图1 粒子群算法的流程图

Fig.1 The flow chart of particle swarm optimization  
万方数据

### 2.3 PSO 参数设置

(1) 粒子数:一般取 20~40,对于比较复杂的问题或者特定类别的问题,粒子数可以取到 100 或 200。

(2) 粒子的长度:问题解的长度,由具体优化问题决定。

(3) 粒子的范围:问题解的取值范围,由具体优化问题决定。

(4)  $v_{max}$ :最大速度,决定粒子在一个循环中最大的移动距离,通常设定为粒子的范围宽度。

(5) 学习因子:一般  $c_1 = c_2$  并且在 0 和 4 之间取值,通常取 2。

(6) 中止条件:最大循环数或最小错误要求。

(7) 惯性权重:按式(5)计算

$$W = W_{max} - \frac{k(W_{max} - W_{min})}{R_{max}} \quad (5)$$

式中:  $k$  为当前迭代次数,  $R_{max}$  为最大迭代次数。通常取  $w_{max}$  为 0.9,  $w_{min}$  为 0.4。

## 3 基于 PSO 算法的非线性马斯京根模型参数率定

### 3.1 参数率定求解步骤

为率定由水量平衡方程(1)和槽蓄方程(3)所表示的非线性马斯京根模型中的参数  $x, K, m$ ,选取下断面推算出的流量与实际出流量的误差平方和最小为目标函数,即

$$\min F = \sum_{i=1}^N \left\{ Q_i - \left[ \left( \frac{1}{1-x} \right) \left( \frac{W_i}{K} \right)^{\frac{1}{m}} - \left( \frac{x}{1-x} \right) I_i \right] \right\}^2 \quad (6)$$

式中:  $Q_i$  为第  $i$  时段出的流量;  $W_i$  为第  $i$  时段的槽蓄量;  $I_i$  为第  $i$  时段入流量;  $N$  为流量过程时段总数;  $K$  为稳定流情况下河段的传播时间。

取适应度函数为  $F$ ,假定若干个非线性马斯京根模型参数  $(K, x, m)$ ,即粒子。对于每一个粒子,将实测的上断面流量代入水量平衡方程和槽蓄方程,由各时段初的上、下断面流量和时段末的上断面流量进行逐时段迭代,试算出时段末的下断面流量,并由此计算出该粒子的适应度。通过所有粒子适应度的比较,找出全局的最优的适应值及相应的粒子,即非线性马斯京根模型的参数  $(K, x, m)$ ,具体步骤如下。

Step 1:进行粒子的初始化,即随机生成  $n$  组粒子  $\vec{X}$  和  $n$  组粒子的飞行变化速度  $\vec{V}$ ,  $\vec{X} = \{(x_1, K_1, m_1), (x_2, K_2, m_2), \dots, (x_n, K_n, m_n)\}$ ,  $\vec{V} = \{(V_1^1, V_2^1, V_3^1), (V_1^2, V_2^2, V_3^2), \dots, (V_1^n, V_2^n, V_3^n)\}$ ,记粒

子的当前位置为  $\vec{P}_i = \vec{X}_i = (x_i, K_i, m_i), (i = 1, 2, L, n)$ . 对任一粒子, 结合槽蓄方程式(3)和水量平衡方程式(1)进行试算, 迭代出河段下断面各时段末的流量  $(Q_1^i, Q_2^i, L, Q_N^i, L, Q_N^i) (i = 1, 2, L, n)$ , 然后代入式(6)计算相应的个体极值  $F(i)$ , 在所有的个体极值  $F(i)$  中找到最小的极值  $F_g(j)$ , 即全局极值  $F_g(j) = \min(F(i), i = 1, 2, L, n)$ , 并记录下粒子的位置  $\vec{P}_g, \vec{P}_g = \vec{X}_j = (x_j, K_j, m_j)$ .

Step 2: 按照式(6)计算各粒子适应值, 如果其值好于粒子当前的个体极值  $F(i)$ , 将  $\vec{P}_i$  设置为该粒子的位置, 且更新个体极值. 如果所有个体极值中最好的好于当前的全局极值  $F_g(j)$ , 则将  $\vec{P}_g$  设置为该粒子的位置, 且更新全局极值.

Step 3: 按照式(7)更新各粒子速度和位置.

$$\vec{V}_i^{k+1} = w\vec{V}_i^k + c_1r_1(\vec{P}_i^k - \vec{X}_i^k) + c_2r_2(\vec{P}_g^k - \vec{X}_i^k)$$

$$\vec{X}_i^{k+1} = \vec{X}_i^k + \vec{V}_i^{k+1} \quad (7)$$

Step 4: 检验是否满足迭代终止条件. 如果当前迭代次数达到了预先设定的最大迭代次数, 或者达到最小误差的要求, 则迭代终止, 记录下的全局极值点的位置即为河道非线性马斯京根模型的最优参数  $K, x, m$ . 否则转到 step 2, 继续迭代.

### 3.2 模型求解时对特殊粒子的处理

由于所选粒子的随机性, 有时会造成非线性马斯京根模型中的水量平衡方程(1)和槽蓄方程(3)没有可行解, 在迭代试算下断面流量时出现无法收敛情况, 导致程序进入死循环. 如果把这种不满足方程组要求的粒子舍弃掉, 很可能造成粒子数目的减少, 导致 PSO 最后所搜索的不一定是全局最优粒子. 为此本文采用重新定义该粒子的方法进行算法的改进, 即如果发现某一粒子在迭代循环中需进行无限次运行, 则设置一个中心距离函数作为该粒子的当前位置跳出循环, 重新对该粒子进行适应度的评价.

中心距离函数定义为

$$ZXL = (\bar{x}, \bar{K}, \bar{m}) \quad (8)$$

$$\text{式中: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i; \bar{K} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_i; n$$

为代表有  $n$  个粒子;  $i$  为第  $i$  个粒子;  $\bar{x}, \bar{K}, \bar{m}$  为中心距离. 这样处理可以避免粒子数目在程序循环中的锐减或程序中断, 还能更好的加快算法的收敛速度.

## 4 应用实例

南运河称沟湾—临清段河长 83.8 km, 中间万方数据

无支流汇入, 两岸有大堤控制, 在输水时沿岸有提水灌溉的情况, 较大降雨时有涝水排入, 但对洪水的影响很小<sup>[6]</sup>. 现选取 1960 年 8 月该河段的一场洪水, 以 Matlab、C# 为开发平台, 采用基于 PSO 的非线性马斯京根模型率定模型参数, 并对 1961 年、1964 年的两次洪水过程进行河道洪水演进, 以验证模型的有效性.

选取种群规模为 50, 经 2 000 次迭代计算, 达到预期精度要求. 此时  $K = 13.79 \text{ h}, x = -0.258, m = 0.988$ , 相应的槽蓄方程为

$$W = 13.79(-0.258I + 1.258Q)^{0.988} \quad (9)$$

依据式(1)和式(9), 对 1960, 1961, 1964 年洪水进行演进, 各次洪水实测过程与演算过程绝对值误差和及误差平方和结果见表 1. 图 1 显示了演算过程对实测过程的模拟情况.

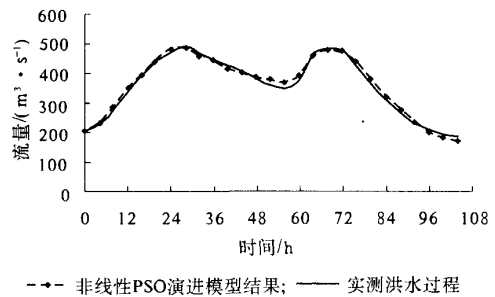


图 2 1960 年 8 月洪水演算过程与实测过程的对比图

Fig. 2 The contrast of the flood routing and the practical process in Aug. 1960

为检验该模型参数率定结果的精度, 现分别采用基于 PSO 算法和基于最小二乘法的线性马斯京根模型对该河段 1960 年 8 月洪水进行参数率定, 得出模型参数  $x, K$  分别为  $-0.256, 12.382 \text{ h}$  和  $-0.2616, 12.4 \text{ h}$ . 利用所得参数对 1960, 1961, 1964 年洪水进行演进, 其绝对值误差和  $\Delta_1$  及误差平方和  $\Delta_2$  也列入表 1 中.

表 1 称沟湾—临清段马斯京根流量演算结果比较

Tab. 1 Comparison of the results for Muskingum

flood routing of ChengGouWan to LinQing  $\text{m}^3/\text{s}$

典型 洪水 时间	PSO 非线性 模型		PSO 线性 模型		最小二乘 法线性 模型	
	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$
1960.8	248	2 997	250	3 025	250	3 027
1961.8	139	1 068	146	1 138	145	1 121
1964.7	323	5 980	330	6 076	328	6 049

由表1可以看出,基于 PSO 的线性模型和基于最小二乘法的线性模型结果非常接近,而基于 PSO 算法的非线性模型精度高于两种线性模型,1960,1961 和 1964 年三场洪水采用非线性模型演进结果与线性模型结果相比,误差平方和分别减小了 0.9%、6.2% 和 1.6%,表明基于 PSO 的非线性马斯京根模型更加接近实际洪水的演进。

## 5 结论

(1)马斯京根模型是用线性的槽蓄方程来代替动力方程,从而使河道洪水演算大为简化。然而,也正是这种线性的假设使流量演算成果存在一定的误差。本文引入非线性的马斯京根模型,即将槽蓄方程非线性,能够更好地满足实际工程的需要。

(2)针对模型参数率定过程中出现的非可行解问题,通过引入中心距离函数对粒子群算法进行改进,不仅避免了粒子数目在程序循环中的锐减或程序中断,而且有效的提高了模型收敛速度。

(3)本文将 PSO 算法应用于马斯京根模型的

参数率定,实例结果表明模型具有较高的精度,为非线性马斯京根模型的参数率定提供了一种新途径。

## 参考文献:

- [1] 叶守泽,詹道江. 工程水文学(第三版)[M]. 北京:中国水利水电出版社,2004.
- [2] 何惠,张建云. 马斯京根法参数的一种数学估计方法[J]. 水文,1998,18(5):14-16.
- [3] 袁晓辉,张双全,张勇传,等. 非线性马斯京根模型参数率定的新方法[J]. 水利学报,2001,(5):77-81.
- [4] 梁科,夏定纯. 对粒子群优化算法的几种改进方法[J]. 武汉科技学院学报,2006,19(7):44-47.
- [5] KENNEDY J, EBERBART R. Particle swarm optimization[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ, USA: IEEE service center, 1995:1942-1948.
- [6] 翟国静. 马斯京根流量演进系数的直接优选法[J]. 河北工程技术高等专科学校学报,1996,(2):6-11.

## Parameter Estimation Method of Nonlinear Muskingum Model Based on PSO

MA Xi-xia, SHU Dan-dan, Huang Yu-gui

(School of Environment & Water Conservancy Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** A new algorithm, parameter estimation for nonlinear Muskingum model based on Particle Swarm Optimization (PSO) is proposed in this paper in order to solve the problem of linearization, complexity and poor accuracy for parameter estimation of Muskingum model at present. And the new method is applied in the river flood routing of Chenggouwan to Linqing. According to the comparison with PSO linear model and liner least square method in the parameter rating, it is found that the nonlinear POS model has higher accuracy than the two other models, and the sum of the square errors of the three typical floods in 1960, 1961, 1964 are reduced respectively by 0.9%, 6.2%, 1.6%. It shows that the result of nonlinear parameter rating model based on PSO is closer to the actual result of the evolution of the floods.

**Key words:** nonlinear Muskingum model; particle swarm optimization; function of distance from the center of the particle