

文章编号:1671-6833(2008)03-0076-05

## 不平衡转子弯扭耦合外激励振动特性

刘京铄<sup>1</sup>, 李光中<sup>1</sup>, 安学利<sup>2</sup>

(1. 湖南工程学院 应用技术学院, 湖南 湘潭 411101; 2. 华中科技大学 水电与数字化工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要:**以两端刚性支承垂直安装转子为研究对象, 推导了不平衡转子弯扭耦合振动微分方程, 对该非线性微分方程进行了理论定性分析, 解出了弯曲、扭转振动响应所包含的频率成分, 并对不平衡转子弯扭耦合振动特性进行了数值仿真: 转子在角频率为 $\omega_1$ 的外部激励作用下, 通过弯扭耦合主要激发出频率为 $|\omega - \omega_1|$ 的扭振, 当转子有角频率为 $\omega_{n1}$ 的外扭矩作用时, 将主要激励产生 $|\omega \pm \omega_{n1}|$ 频率的弯振. 仿真计算结果与理论分析是一致的, 分析结果为立式转子弯扭耦合共振故障诊断提供了理论依据.

**关键词:**立式转子; 不平衡; 弯曲振动; 扭转振动; 耦合振动; 数值仿真

**中图分类号:** TH 113.1

**文献标识码:** A

### 0 引言

转子弯曲振动与扭转振动之间存在耦合关系, 且转子的振动破坏事故往往是弯扭耦合振动共同作用的结果. 单独分析转子的弯曲振动或扭转振动是不能给轴系的故障诊断提供足够信息的. 而研究转子弯扭耦合振动特性, 既可以从中提取更多有用的故障信息, 又有利于深入进行转子系统的结构设计分析, 准确把握轴系动力学特性, 人们对此已经做了不少研究工作<sup>[1-8]</sup>.

实际机组转子即使已经进行了良好的平衡, 还总是会存在一定程度的残余质量不平衡. 转子不平衡是引起机组振动最重要的因素. 现实生活中存在很多立轴布置的机组, 研究立式质量偏心转子弯扭耦合振动特性可以对立轴布置机组的安全运行提供有效的保障.

弯扭耦合振动属于非线性动力学研究范畴, 变化规律和数学模型较为复杂. 立式机组弯扭耦合振动特性与卧式机组是不同的. 为了简化分析, 笔者从最简单的单圆盘转子着手, 以立式 Jeffcott 转子模型为研究对象, 建立了立式转子弯扭耦合振动微分方程.

### 1 立式不平衡转子弯扭耦合运动方程的建立

以两端刚性支承的 Jeffcott 转子为研究对象,

转子垂直安装, 如图 1 所示. 其中  $oxyz$  是固定坐标系, 无质量弹性轴的弯曲刚度为  $EJ$ , 在跨中安装质量为  $m$  的刚性薄圆盘. 由于材料、工艺等因素使圆盘的质心偏离轴线, 偏心距为  $e$ . 当转子以等角速度  $\omega$  自转时, 偏心引起的离心惯性力将使轴弯曲, 产生动挠度, 并随之带动薄圆盘转动. 单圆盘的坐标如图 1 所示,  $o$  为涡动中心,  $o_1$  为单圆盘形心,  $o_c$  为单圆盘质心,  $\phi$  为圆盘质量中心绕几何中心转过的角度. 采用拉格朗日方法, 推导出立式质量偏心转子弯扭耦合振动微分方程:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m e (\ddot{\phi}^2 \cos\phi + \ddot{\phi} \sin\phi) + f_x \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = m e (\ddot{\phi}^2 \sin\phi - \ddot{\phi} \cos\phi) + f_y \\ (J_p + m e^2) \ddot{\phi} + c_\phi \dot{\phi} + k_\phi \theta = m e (\ddot{x} \sin\phi - \ddot{y} \cos\phi) + M_t \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $m$  为单圆盘质量;  $J_p$  为对通过单圆盘质心并与盘面垂直的轴的转动惯量;  $k$  为弯曲刚度;  $k_\phi$  为扭转刚度;  $c$  为弯振阻尼;  $c_\phi$  为扭振阻尼;  $(x, y)$  为单圆盘形心坐标;  $e$  为偏心距;  $\theta$  为扭转角;  $f_x$  为单圆盘  $x$  方向外激励力;  $f_y$  为单圆盘  $y$  方向外激励力;  $M_t$  为外扭矩.

$$f_x = F_x \cos\omega_1 t, f_y = F_y \sin\omega_1 t, M_t = M_0 \cos\omega_{n1} t.$$

式中:  $\omega_1$  为外激励力的角频率;  $\omega_{n1}$  为外扭矩的角频率.

当系统稳定旋转时,  $\phi = \omega t + \theta + \phi_0$ ,  $\omega$  是单圆盘旋转角速度,  $\phi_0$  为初相位.

收稿日期: 2008-05-08; 修订日期: 2008-06-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50579022); 国家自然科学基金重点资助项目(50539140)

作者简介: 刘京铄(1979-), 男, 湖南邵东人, 湖南工程学院讲师, 硕士, 主要从事力学及水资源研究.

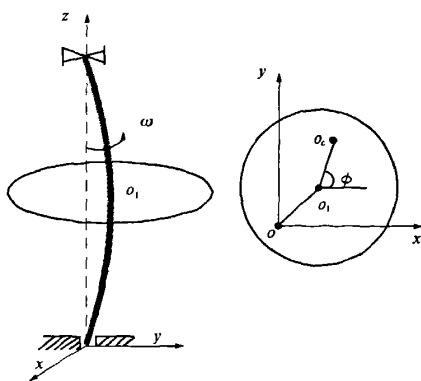


图1 Jeffcott 转子示意图及单圆盘坐标

Fig.1 Schematic of the Jeffcott rotor and coordinate systems of the single disc

## 2 理论分析

微分方程(1)可改写为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = me\omega^2 \cos\phi + me(2\omega\dot{\theta}\cos\phi + \dot{\theta}^2 \cos\phi + \ddot{\phi}\sin\phi) + F_x \cos\omega_1 t \quad (2)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = me\omega^2 \sin\phi + me(2\omega\dot{\theta}\sin\phi + \dot{\theta}^2 \sin\phi - \ddot{\phi}\cos\phi) + F_y \sin\omega_1 t \quad (3)$$

$$(J_p + me^2)\ddot{\phi} + c_\phi\dot{\phi} + k_\phi\theta = me(\ddot{x}\sin\phi - \dot{y}\cos\phi) + M_0 \cos\omega_1 t \quad (4)$$

方程式(2)、(3)中,右端第一项是由转子质量偏心引起的离心惯性力;第二项是考虑转子弯扭耦合,由扭转振动对弯曲振动施加的耦合作用力,分别记为  $F_{xx}$ 、 $F_{yy}$ ;第三项是外激励力。在方程式(4)中,右端第一项是考虑耦合作用,弯振对扭振的作用力矩,记为  $M$ ;第二项是外激励力矩。即

$$F_{xx} = me(2\omega\dot{\theta}\cos\phi + \dot{\theta}^2 \cos\phi + \ddot{\phi}\sin\phi) \quad (5)$$

$$F_{yy} = me(2\omega\dot{\theta}\sin\phi + \dot{\theta}^2 \sin\phi - \ddot{\phi}\cos\phi) \quad (6)$$

$$M = me(\ddot{x}\sin\phi - \dot{y}\cos\phi) \quad (7)$$

由于转子弯扭耦合振动微分方程是复杂的非线性方程,为便于分析系统振动响应特性,把它看成是一系列不同频率、幅值和相位的简谐振动的叠加。记为

$$g_j(t) = A_{j0} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{jn} \cos(n\omega_n t + \phi_n) \quad (j=1,2,3\cdots)$$

由于转子受到外部激励作用,使得机组振动响应对外部激励频率更为敏感,只取外部激励频率成分,令相位为零,所以有

$$\begin{cases} x(t) = X \cos \omega_1 t \\ y(t) = Y \cos \omega_1 t \\ \theta(t) = \Theta \cos \omega_1 t \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\omega_1$  为外激励力角频率; $\omega_{n1}$  为外扭矩角频率。

将式(8)及其对应的速度、加速度代入式(5)、(6)、(7),令  $\phi_0 = 0$ ,并认为扭角  $\theta$  很小(一般  $\theta < 1^\circ$ , 约 0.017 45 rad),经过整理得:

$$\begin{aligned} F_{xx} = & -\frac{1}{8}me\omega_{n1}\Theta(8\omega + \omega_{n1}\Theta^2 + 4\omega_{n1})\sin(\omega + \omega_{n1})t \\ & + \frac{1}{8}me\omega_{n1}\Theta(8\omega - \omega_{n1}\Theta^2 - 4\omega_{n1})\sin(\omega - \omega_{n1})t - \frac{1}{4} \\ & me\omega_{n1}\Theta^2(\omega + \omega_{n1})\cos(\omega + 2\omega_{n1})t + \frac{1}{4}me\omega_{n1}\Theta^2(\omega \\ & - \omega_{n1})\cos(\omega - 2\omega_{n1})t + \frac{1}{8}me\omega_{n1}^2\Theta^3\sin(\omega + 3\omega_{n1}) \\ & + \frac{1}{8}me\omega_{n1}^2\Theta^3\sin(\omega - 3\omega_{n1}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_{yy} = & \frac{1}{8}me\omega_{n1}\Theta(8\omega - \omega_{n1}\Theta^2 + 4\omega_{n1})\cos(\omega + \omega_{n1})t \\ & - \frac{1}{8}me\omega_{n1}\Theta(8\omega + \omega_{n1}\Theta^2 - 4\omega_{n1})\cos(\omega - \omega_{n1})t - \\ & \frac{1}{4}me\omega_{n1}\Theta^2(\omega + \omega_{n1})\sin(\omega + 2\omega_{n1})t + \frac{1}{4}me\omega_{n1}\Theta^2 \\ & (\omega - \omega_{n1})\sin(\omega - 2\omega_{n1})t - \frac{1}{8}me\omega_{n1}^2\Theta^3\cos(\omega + \\ & 3\omega_{n1}) - \frac{1}{8}me\omega_{n1}^2\Theta^3\cos(\omega - 3\omega_{n1}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} M = & -\frac{1}{2}me\omega_1^2X[\sin(\omega + \omega_1)t + \sin(\omega - \omega_1)t] - \\ & \frac{1}{4}me\omega_1^2X\Theta[\cos(\omega + \omega_1 + \omega_{n1})t + \cos(\omega - \omega_1 + \\ & \omega_{n1})t + \cos(\omega + \omega_1 - \omega_{n1})t + \cos(\omega - \omega_1 - \omega_{n1})t] + \\ & \frac{1}{2}me\omega_1^2Y[\cos(\omega + \omega_1)t + \cos(\omega - \omega_1)t] - \frac{1}{4} \\ & me\omega_1^2Y\Theta[\sin(\omega + \omega_1 + \omega_{n1})t + \sin(\omega - \omega_1 + \omega_{n1})t \\ & + \sin(\omega + \omega_1 - \omega_{n1})t + \sin(\omega - \omega_1 - \omega_{n1})t] \end{aligned} \quad (11)$$

由式(9)、(10)可知,有质量偏心的转子在外部激励情况下,通过弯扭耦合作用,将激发出频率为  $|\omega \pm \omega_{n1}|$ 、 $|\omega \pm 2\omega_{n1}|$  和  $|\omega \pm 3\omega_{n1}|$  等弯振成分。由式(11)知,弯扭耦合作用将激发出频率为  $|\omega \pm \omega_1|$  和  $|\omega \pm \omega_1 \pm \omega_{n1}|$  等扭振成分。如果式(8)取更多频率时,弯振、扭振会被激发出更多的频率分量。由此可见,考虑转子弯扭耦合振动,可以更好地获取机组振动特性,对旋转机械故障诊断具有十分重要的意义。

## 3 数值仿真与讨论

为计算分析方便,把弯扭耦合振动微分方程式(1)改写为

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = e(\dot{\phi}^2\cos\phi + \ddot{\phi}\sin\phi) + \frac{f_x}{m} \\ \ddot{y} + 2\xi\omega_0\dot{y} + \omega_0^2y = e(\dot{\phi}^2\sin\phi + \ddot{\phi}\cos\phi) + \frac{f_y}{m} \\ \ddot{\phi} + 2\xi_i\omega_i\dot{\phi} + \omega_i^2\phi = \frac{me}{J_p + me^2}(\dot{x}\sin\phi - \dot{y}\cos\phi) \\ \quad + \frac{M_t}{J_p + me^2} \end{cases} \quad (12)$$

计算所选用参数为:  $m = 6 \text{ kg}$ ,  $J_p = 0.08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $e = 0.0001 \text{ m}$ ,  $\xi = 0.18$ ,  $\xi_i = 0.02$ , 初相位  $\phi_0 = 1 \text{ rad}$ , 弯振固有频率  $\omega_0 = 12 \text{ Hz}$ , 扭振固有频率  $\omega_i = 5 \text{ Hz}$ . 设定轴系旋转频率  $\omega = 14 \text{ Hz}$ , 弯振激励力  $f_x$  和  $f_y$  的频率  $\omega_1 = 3 \text{ Hz}$ , 外扭矩  $M_t$  的频率  $\omega_{i1} = 4 \text{ Hz}$ . 采用四阶 Ruge-Kutta 法对方程组式(12)进行数值计算. 通过仿真计算可以看出, 转子振动响应比较复杂(如图 2~3), 仅仅通过时域图很难分析其振动特性.

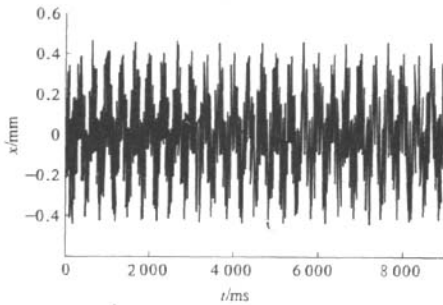


图 2 转子弯曲振动时域图(x 方向)

Fig. 2 Time domain graph of rotor lateral deflection

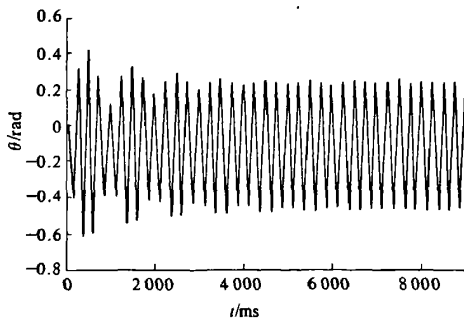


图 3 转子扭转振动时域图

Fig. 3 Time domain graph of rotor torsional deflection

图 4 给出了转子稳态振动时弯曲振动频谱图. 由于质量偏心引起的一倍频弯振幅值很大(约为 0.12), 其它频率成分被淹没了(如图 4(a)). 从图 4(a)中我们可以看到, 除了一倍频(14 Hz)峰值外; 在 3 Hz 处也出现了峰值, 这是由外激励力作用产生的. 在  $|\omega - \omega_{i1}|$  (10 Hz) 和  $\omega +$

$\omega_{i1}$  (18 Hz) 处也出现了峰值, 它们是由扭振激发产生的. 为了更好地显现较小的峰值, 把纵坐标上限值减小至  $1.2 \times 10^{-3} \text{ mm}$  (如图 5(b)). 在该图中出现了新的峰值, 分别是  $|\omega - 2\omega_{i1}|$  (6 Hz)、 $\omega + 2\omega_{i1}$  (22 Hz) 和  $\omega + 3\omega_{i1}$  (26 Hz) 处, 它们的幅值都很小, 比  $|\omega - \omega_{i1}|$  和  $\omega + \omega_{i1}|$  所对应的峰值约小两个数量级. 继续减小纵坐标的上限值,  $|\omega - 3\omega_{i1}|$  所对应峰值也会显现出来.

图 5 给出了转子稳态振动时扭转振动频谱图. 图 5(a)中只出现了由外扭矩激励产生的频率为 4 Hz 的扭振峰值. 减小纵坐标上限值至  $1 \times 10^{-4}$ , 出现了弯振激发的频率为  $|\omega - \omega_1|$  (11 Hz)、 $|\omega + \omega_1|$  (17 Hz)、 $|\omega - \omega_1 - \omega_{i1}|$  (7 Hz) 和  $|\omega - \omega_1 + \omega_{i1}|$  (15 Hz) 扭振. 在图 5(b)中还出现了频率为 8 Hz 的扭振成分. 综合图 5 可知, 虽然由弯扭耦合激发出新的扭振频率成分, 但是它们的幅值并不明显. 也就是说, 弯扭耦合效应对扭振的影响不是很明显.

当转子偏心量增加至  $e = 0.005 \text{ m}$ , 系统其它参数不变时, 非线性振动特征更为明显, 转子耦合效益增强. 弯曲振动的振幅(见图 6)和频谱值都增大, 它们近似成正比关系. 扭振响应幅值(见图 7)和由外扭矩激励产生的扭振峰值变化不大, 但  $|\omega \pm \omega_1|$  和  $|\omega \pm \omega_1 \pm \omega_{i1}|$  所对应的扭振峰值近似成正比增大, 并且激发出了新的频率成分, 系统的非线性特性增强.

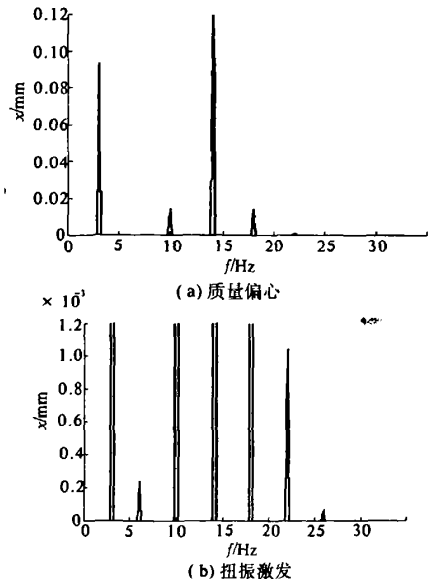


图 4 转子稳态振动时弯曲振动频谱图

Fig. 4 Lateral deflection spectrum in rotor steady vibration

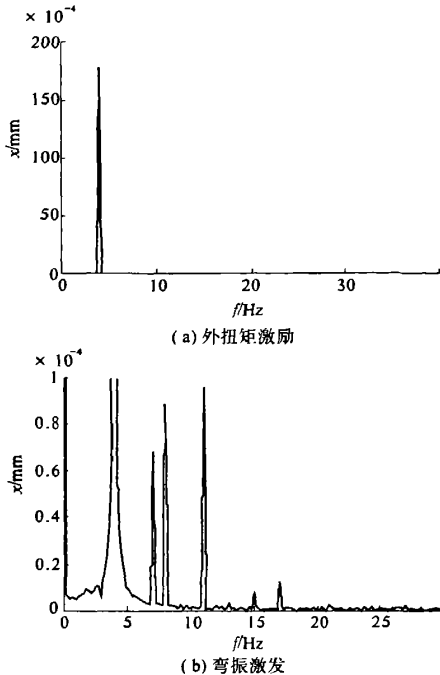


图5 转子稳态振动时扭转振动频谱图  
Fig.5 Torsional deflection spectrum  
in rotor steady vibration

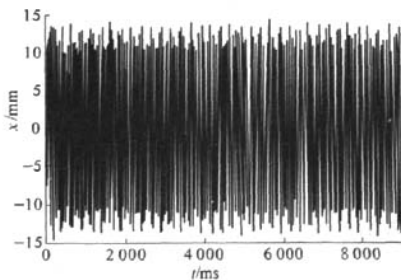


图6 转子弯曲振动时域图  
( $e = 0.005 \text{ m}$ ,  $x$  方向)

Fig.6 Time domain graph of rotor lateral deflection

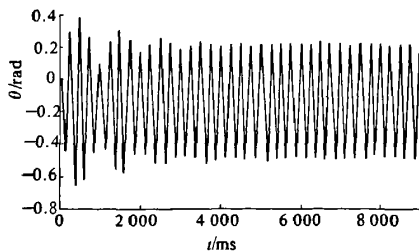


图7 转子扭转振动时域图( $e = 0.005 \text{ m}$ )

Fig.7 Time domain graph of rotor torsional deflection

#### 4 结论

(1)有质量偏心的转子在角频率为  $\omega_1$  外部激励力和角频率为  $\omega_{n1}$  外扭矩的共同作用下,通过弯扭耦合作用,扭振将激发产生出  $|\omega \pm \omega_{n1}|$ 、 $|\omega \pm 2\omega_{n1}|$  和  $|\omega \pm 3\omega_{n1}|$  等频率成分的弯振来.通过数值仿真可以发现,频率为  $|\omega \pm \omega_{n1}|$  的弯振幅值明显,频率为  $|\omega \pm 2\omega_{n1}|$  和  $|\omega \pm 3\omega_{n1}|$  的弯振幅值很弱,要比  $|\omega \pm \omega_{n1}|$  约小两个数量级.

(2)在同等条件下,通过弯扭耦合作用,系统激发出频率为  $|\omega \pm \omega_{n1}|$  和  $|\omega \pm \omega_{n1} \pm \omega_{n1}|$  的扭振来.但是它们的幅值并不明显.也就是说,弯扭耦合效应对扭振的影响不是很大.

(3)当偏心率增大时,系统非线性特性明显增强,弯曲振动的振幅和频谱值都增大,它们近似成正比关系;而偏心率对扭转振动幅值影响不大,但却激发出新的频率成分.这条结论成立的前提是:考虑到实际机组转子已经进行了良好的平衡,转子上虽然存在一定程度的残余质量不平衡,但是偏心率不可能太大,即  $e$  值不可能很大.

#### 参考文献:

- [1] 傅忠广,杨 昆,宋之平.弯曲和质量失衡对转子弯扭耦合振动影响的探讨[J].汽轮机技术,1999,41(4):197-202.
- [2] 刘占生,崔 颖,黄文虎,等.转子弯扭耦合振动非线性动力学特性研究[J].中国机械工程,2003,14(7):603-605.
- [3] 傅忠广,任福春,杨 昆,等.弯扭耦合振动模型及重力影响因素初探[J].华北电力大学学报,1998,25(1):67-72.
- [4] 何成兵,杨 昆,顾煜炯.质量偏心对碰摩转子弯振和扭振特性的影响[J].中国电机工程学报,2002,22(7):105-110.
- [5] 张 勇,蒋滋康.旋转轴系弯-扭振动耦合的数值分析[J].汽轮机技术,1999,41(5):280-283.
- [6] 任福春,杨 昆,颜素敏,等.不平衡转子振动的动力学耦合分析[J].汽轮机技术,1997,39(1):33-37.
- [7] YIGI A S, CHRISTOFOROU A P. Coupled torsional and bending vibrations of actively controlled drill-strings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 234(1):67-83.
- [8] ALBEDOOR B O. Modeling the coupled torsional and lateral vibration of unbalanced rotors [J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2001, 190: 5999-6008.

## Research on Vertical Unbalance on the Coupling Flexural and Torsional Vibrations of Rotor

LIU Jing - shuo<sup>1</sup>, LI Guang - zhong<sup>1</sup>, AN Xue - li<sup>2</sup>

(1. College of Application Technology, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan 411101, China; 2. College of Hydropower and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The coupling between lateral and torsional vibrations of a vertical unbalanced rotor is studied. These coupling mechanisms are studied here with a nonlinear rotor model. An attempt is made to reveal dynamic characteristics of vertical rotor. Qualitative analysis is made for the nonlinear differential equation. And frequency components of coupled vibrations are obtained. Simulation results are also obtained by numerically solving the equations of motion. New torsional of which the main frequency is  $|\omega - \omega_1|$  is excited through coupled vibrations when an exterior excited force with frequency  $\omega_1$  lies. New flexural vibrations of which main frequency is  $|\omega \pm \omega_{11}|$  will also be excited by torsion when an exterior excited moment with frequency  $\omega_{11}$  lies. It is shown that qualitative analysis results and numerical simulation results are consistent. Theoretical support for fault diagnosis is provided by analysis coupled flexural and torsional vibration vertical rotor of the result.

**Key words:** vertical rotor; unbalance; flexural vibration; torsional vibration; coupled vibration; numerical simulation

(上接第 68 页)

## Simulation of Valve Plate of Hot Blast Valve with Minimum Cooling

LI Jin - hai, XIONG Bin - sheng

(School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** In this paper, the stable state temperature field of the valve plate of hot blast valve with minimum cooling is analyzed by making use the finite element method. And the stable state temperature distribution is calculated by using ANSYS. When the valve is fully open, the temperature is the highest and the temperature difference is also the biggest at the outer of the valve plate, and most easily to cause the outer of the valve distortion. When the valve is closed, the maximum temperature at the junction of the valve plate and refractory material is about 205 °C, and the temperature of the valve plate core increases with the increase of the heat conductivity of refractory material.

**Key words:** hot blast valve; finite element; temperature field; heat transfer