2009 年 6 月 郑州大学学报(工学版) Jun. 2009
第 30 卷 第 2 期 Journal of Zhengzhou University (Engineering Science) Vol. 30 No. 2

文章编号:1671-6833(2009)02-0091-04

长时延多包传输网络控制系统的稳定性分析

张端金, 张 浩, 王 磊

(郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要:研究了同时具有大于一个采样周期的随机传输时延及多包传输的网络控制系统的稳定性问题. 系统中传感器采用时间驱动, 控制器和执行器采用事件驱动的方式, 将多包传输控制系统建模为切换控制系统. 然后基于切换系统分析方法和稳定性理论,利用线性矩阵不等式方法, 得到了网络控制系统指数稳定的充分条件. 最后,通过数值算例验证了所提方法的有效性.

关键词:网络控制系统; 长时延; 多包传输; 稳定性

中图分类号:TP 273 **文献标识码**:A

0 引言

网络控制系统(Networked Control Systems, NCS)是指通过网络形成闭环的反馈控制系统. NCS 的概念在 20 世纪 90 年代初被提出,现已引起人们的广泛关注[1-3]. 在网络控制系统中,传感器、执行器、控制器等系统组件作为网络节点,直接挂接在网络上,通过共享的有线或无线通信网络进行传感和控制信息的交换. 这种网络化的控制模式具有信息资源共享、连接线数减少、易于扩展、高效率、高可靠性及灵活等优点,是未来控制系统的发展模式. 然而,由于网络带宽的限制以及传输机制的影响,网络控制系统不可避免的存在信号时延、数据包丢失及多包传输等问题,这些问题都会导致系统性能下降甚至失稳. 因此,如何利用有限的带宽资源,尽量减少网络对系统稳定性的影响是目前应关注的主要问题.

文献[4]将多包传输网络控制系统建模为异步动力学系统(Asynchronous Dynamical Systems, ADS),基于对 ADS 的理论分析,得出了多包传输网络控制系统稳定的结论. 文献[5]采用类似的方法来分析多包传输网络控制系统,并且考虑了传输延时的情况. 文献[6]把多包传输网络控制系统建模为具有一定切换规则的线性切换系统,针对网络诱导短时延为常数和随机的两种情形,得到多包传输网络控制系统渐近稳定判据. 文献[7]在考虑延时大于一个采样周期的情况下,提出了多包传输网络控制系统模型,但没有给出系统的稳定性证明.

笔者针对网络诱导时延大于一个采样周期的情形,利用切换系统分析方法和稳定性理论得到网络控制系统的指数稳定性依据,数值算例验证了所提方法的有效性.

1 问题描述

为了明确本文研究所适用的范围,首先做如下假设: ① 传感器节点为时间驱动方式,传感器节点依靠静态调度算法传输数据,控制器、执行器节点采用事件驱动方式. ② 控制器是时不变的,网络控制回路总时延 $\tau=\tau_{sc}+\tau_{ca}$,τ 不超过 n,其中 n 为大于 1 的整数,T 为传感器和执行器的采样周期. 不考虑数据传输中的数据包丢失和时序错乱问题.

基于以上假设,考虑被控对象的状态方程:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)+Dw(t)\\ y(t)=Cx(t)\end{cases}\tag{1}$$

其中: $x(t)\in R^N$、$y(t)\in R^M$、$u(t)\in R^L$ 分别为被控对象的状态向量、输出向量和输入向量; $w\in R^N$ 为能量有限的干扰信号, A、B、C、D 为具有适当维数的矩阵.

离散动态输出反馈控制器:

$$\begin{cases}x_c(k+1)=Fx_c(k)+Gy_0(k)\\ u(k)=Hx_c(k)+Wy_0(k)\end{cases}\tag{2}$$

收稿日期:2008-09-22;修订日期:2008-11-28

基金项目:河南省教育厅自然科学基金项目(2008B120010)

作者简介:张瑞金(1965-),男,湖北荆州人,郑州大学教授,博士,主要从事网络控制研究,E-mail:iedjzhang@zzu.edu.cn.

式中：$x_c(k)\in R^P, u(k)\in R^M$ 分别为控制器的状态和输出向量；F、G、H、W 为具有相应维数的矩阵. $y_0(k)\in R^l$ 是控制器最近得到的对象输出.

假设有 m 个传感器进行传输，控制器收到的对象输出为 $y_0(k)$，则：

$$y(k)=[y^1(k)\quad y^2(k)\ \cdots\ y^m(k)]^T,$$
$$y_0(k)=[y_0^1(k)\quad y_0^2(k)\ \cdots\ y_0^m(k)]^T.$$

当传感器 1 进行数据传输时，其余的传感器处于等待状态. 此时：

$$y_0^1(k)=y^1(k-1);$$
$$y_0^2(k)=y_0^2(k-1);$$
$$\vdots$$
$$y_0^m(k)=y_0^m(k-1)$$

当传感器 i 进行数据传输时：

$$y_0^i(k)=\begin{cases}y_0^i(k) & (i=j)\\ y_0^i(k-1) & (i\neq j)\end{cases} \tag{3}$$

所以，$y_0(k)$ 可以表达为[8]

$$y_0(k)=M_iy(k)+(I-M_i)y_0(k-1)\quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{4}$$

式中：M_i 为对角矩阵，如果对应状态的传感器信号被更新，则对应 M_i 的对角元 $M_i(jj)=1$，否则 $M_i(jj)=0$；I 为单位矩阵.

假设网络诱导时延有界，在一个采样周期 $[kT,(k+1)T]$ 内加到被控对象上的控制量 $u(t)$ 分段连续且最多只有 $n+1$ 个不同的值. 设控制量 $u(t)$ 的变化发生在 $kT+t_i^k, i=0,1,\cdots,n$；且 $t_{-1}^k=T, t_h^k=0, t_i^k<t_{i-1}^k$.

对于系统式(1)，在 $[kT,(k+1)T]$ 内积分并考虑网络诱导时延可得到的系统离散状态方程为

$$\begin{cases}x(k+1)=\varphi x(k)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Gamma_iu(k-i)+\bar{D}w(k)\\ y(k)+cx(k)\end{cases} \tag{5}$$

式中：$\varphi=\exp(AT)$；$\Gamma_i=\int_{t_i^k}^{t_{i-1}^k}\exp[A(T-s)]\mathrm{d}s\cdot B$；$\bar{D}=\begin{bmatrix}\tilde{D}\\0\end{bmatrix}$，$\tilde{D}=\int_0^T e^{As}\mathrm{d}s\cdot D$.

由式(2)、(4)和式(5)，得

$$x(k+1)=\varphi x(k)+\Gamma_0Hx_c(k)+\Gamma_0W(M_iCx(k)+(I-M_i)y_0(k-1))+\Gamma_1u(k-1)+\Gamma_2u(k-2)+\cdots+\Gamma_h(k-h)+\bar{D}w(k),$$
$$y_0(k)=M_iCx(k)+(I-M_i)y_0(k-1),$$
$$u(k)=Hx_c(k)+W(M_iCx(k)+(I-M_i)y_0(k-1)).$$

则增广闭环系统为

$$z(k+1)=\Phi_iz(k)+\bar{D}w(k)\quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{6}$$

式中：$z(k)=[x(k)x_c(k)y_0(k-1)u(k-1)u(k-2)\cdots u(k-h)]^T$

$$\Phi_i=\begin{bmatrix}\varphi+\Gamma_0WM_iC & \Gamma_0H & \Gamma_0W(I-M_i) & \Gamma_1 & \Gamma_2 & \cdots & \Gamma_h\\ GM_iC & F & G(I-M_i) & 0 & 0 & \cdots & 0\\ M_iC & 0 & (I-M_i) & 0 & 0 & \cdots & 0\\ WM_iC & H & W(I-M_i) & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ m & m & m & m & m & \cdots & m\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0\end{bmatrix} \tag{7}$$

$(i=1,2,\cdots,m)$

式中：$\Phi_i(i=1,2,\cdots,m)$ 表示在一个周期静态规划中的第 i 个切换模型对应的状态矩阵. 因此，多包传输网络控制系统就建模为线性切换系统模型.

2 稳定性分析

笔者利用线性矩阵不等式方法和切换系统理论来分析多包传输网络控制系统的稳定性.

引理 1[9] (Schur 补引理)对于给定的对称矩阵 $L=\begin{bmatrix}L_{11} & L_{12}\\ L_{12}^T & L_{22}\end{bmatrix}$，下述条件是等价的：

(1) $L<0$；

(2) $L_{11}<0, L_{22}-L_{12}^TL_{11}^{-1}L_{12}<0$；

(3) $L_{22}<0, L_{11}-L_{12}L_{22}^{-1}L_{12}^T<0$.

定理 1 如果存在 m 个对称正定矩阵 $P_1, P_2,\cdots,P_m$，以及常数 $\lambda>0$，满足下列条件：

$$\begin{bmatrix}P_i & 0\\ 0 & \lambda^2I\end{bmatrix}>\begin{bmatrix}\Phi_{i+1} & \bar{D}\\ \bar{C} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_{i+1} & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Phi_{i+1} & \bar{D}\\ \bar{C} & 0\end{bmatrix} \tag{8}$$
$$i\in\{1,\cdots,m\}, P_1=P_m$$

其中，$\bar{C}=[C\quad 0]$，Φ_{i+1} 由式(7)定义.

则系统式(6)描述的网络控制系统是指数稳定的.

证明：当干扰信号 $w\in R^N$ 为零时，取分段李亚普诺夫函数 $V(z(k))=z^T(k)P_iz(k)$，P_i 对应 Φ_i 切换模型.

$$\begin{aligned}\Delta V(z(k))&=V(z(k+1))-V(z(k))\\&=z^T(k+1)P_{i+1}z(k+1)-z^T(k)P_iz(k)\\&=z^T(k)\Phi_{i+1}^TP_{i+1}\Phi_{i+1}z(k)-z^T(k)P_iz(k)\\&=z^T(k)(\Phi_{i+1}^TP_{i+1}\Phi_{i+1}-P_i)z(k)\end{aligned}$$

由式(8)可得

$$\begin{bmatrix}\Phi_{i+1}^TP_{i+1}\Phi_{i+1}+\bar{C}^T\bar{C}-P_i & \Phi_{i+1}^TP_{i+1}\bar{D}\\ (\Phi_{i+1}^TP_{i+1}\bar{D})^T & \bar{D}^TP_{i+1}\bar{D}-\lambda^2I\end{bmatrix}<0,$$

再由引理 1，得

$$\Phi_{i+1}^TP_{i+1}\Phi_{i+1}+\bar{C}^T\bar{C}-P_i<0.$$

因为 $\bar{C}^T\bar{C}\geqslant 0$，得

$$\Phi_{i+1}^TP_{i+1}\Phi_{i+1}-P_i<0.$$

由上式可知：

$\Delta V(z(k))=z^{\mathrm{T}}(k)(\boldsymbol{\Phi}_{i+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i+1}\boldsymbol{\Phi}_{i+1}-\boldsymbol{P}_i)z(k)<0$，

故定理 1 成立.

注 1：定理 1 给出了网络诱导时延大于一个采样周期情形下的网络控制系统指数稳定的充分条件，改进了文献[6]的结果.

定理 2　对于式(6)，如果存在 m 个对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\cdots,\boldsymbol{P}_m$，以及常数 $\lambda>0$，满足下列条件：

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{P}_i & 0 & \boldsymbol{\Phi}_{i+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i+1} & \bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\lambda^2 & \bar{\boldsymbol{D}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i+1} & 0 \\ \boldsymbol{P}_{i+1}\boldsymbol{\Phi}_{i+1} & \boldsymbol{P}_{i+1}\bar{\boldsymbol{D}} & -\boldsymbol{P}_{i+1} & 0 \\ \bar{\boldsymbol{C}} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}<0 \quad (9)$$

$$i\in\{1,\cdots,m\},\boldsymbol{P}_1=\boldsymbol{P}_m$$

则系统式(6)描述的网络控制系统是指数稳定的.

证明：由定理 1 及式(8)，利用 Schur 补定理，可得

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{P}_i & 0 & \boldsymbol{\Phi}_{i+1}^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\lambda^2 & \bar{\boldsymbol{D}}^{\mathrm{T}} & 0 \\ \boldsymbol{\Phi}_{i+1} & \bar{\boldsymbol{D}} & -\boldsymbol{P}_{i+1}^{-1} & 0 \\ \bar{\boldsymbol{C}} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}<0.$$

对矩阵的左右两边各乘以 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{P}_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，即可得到式(9). 因此，系统式(6)描述的网络控制系统是指数稳定的.

3　数值算例

考虑如下被控对象方程：

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t)=\begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ 0.8 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)+\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}\boldsymbol{u}(t) \\ \qquad +\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}\boldsymbol{w}(t) \\ \boldsymbol{y}(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t) \end{cases} \quad (10)$$

在不考虑网络影响时控制器采用输出反馈：

$$\boldsymbol{u}(t)=\begin{bmatrix} -0.6 & 0 \\ 0 & -2.35 \end{bmatrix}\boldsymbol{y}(t)$$

式中：$\boldsymbol{y}(t)$ 由两个传感器节点采样，并由每个传感器节点单包依次输出传输，采样周期为 0.2 s，假设传输延时为 0.3 s. 闭环极点为 −0.45 和 −0.235.

增广闭环系统为：

$$z(k+1)=\boldsymbol{\Phi}_i z(k)+\bar{\boldsymbol{D}}w(k)\quad(i=1,2)\qquad(11)$$

式中：当取 $\lambda=0.2$ 时，利用 Matlab LMI 工具箱中的 feasp 函数，根据定理 2 计算矩阵不等式(9)得到可行解：

$$\boldsymbol{\Phi}_1=\begin{bmatrix} 0.8500 & 0 & 0 & 0 & 0.2000 & 0 & 0.2000 & 0 \\ 0.1605 & 0.7506 & 0 & -0.235 & -0.2034 & -0.0053 & 0.3275 & -0.0146 \\ 0.8000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.800 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.350 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8000 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix} 8.4285 & -0.8364 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.8364 & 3.4756 & 0.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 5.4783 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 5.4783 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\Phi}_2=\begin{bmatrix} 0.8000 & 0 & -0.0800 & 0 & 0.1000 & 0 & 0.1000 & 0 \\ 0.2634 & 0.7924 & -0.4016 & 0 & -0.2034 & -0.0053 & 0.3275 & -0.0146 \\ 0 & 0 & 0.8000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.3000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.3500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8000 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix} 3.5426 & -0.0127 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0127 & 7.4256 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 5.4863 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 5.4863 \end{bmatrix}.$$

由定理 2 可知该网络控制系统是指数稳定的.

4　结束语

由于网络控制系统中的节点通过共享的网络交换信息以及网络带宽和数据包大小的限制，采用多包传输方式有着实际的意义. 笔者利用线性切换系统理论建立了传输延时大于一个采样周期且具有多包传输的网络控制系统模型，给出了网络控制系统指数稳定的充分条件，数值算例说明了该方法的有效性.

参考文献：

[1]　BRANICKY M S, PHILIPS S M, ZHANG W. Stability of networked control systems: Explicit analysis of delay[C]// Proc 2000 American Control Conference, Chicago, USA & Piscataway NJ, USA: IEEE Press, 2000: 2352 − 2357.

[2]　HOKAYERM P F, ABDALLAH C T. Inherent issues in networked control systems: A survey[C]// Proc 2004 American Control Conference. Boston, USA & Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 2004: 4897 − 4902.

[3]　YU M, WANG L. An LMI approach to networked con-

trol systems with date packet dropout and transmission delays [C]// Proc the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Nassau, Bahamas & Piscataway, USA: IEEE Press, 2004: 3545 -3550.

[4] ZHANG W. Stability analysis of networked control systems [D]. Cleveland, USA: Case Western Reserve University, 2001.

[5] SUN Z G, LIX, ZHU D S. Analysis of networked control systems with multi packet transmission[C]// Proc the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 2004: 1357 -1360.

[6] 郑 萌, 张庆灵, 宋 敏, 等. 短时延多包传输网络控制系统的稳定性分析[J]. 信息与控制, 2007, 36(3): 293 -301.

[7] 王 璐, 徐进学, 任 宁, 等. 多包传输网络控制系统的对象建模[J]. 控制工程, 2006, (13): 142 -147.

[8] XIE L H. Output feedback control of systems with parameter uncertainty [J]. International Journal of Control, 1996, 63(4): 741 -750.

[9] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

Stability Analysis of Multi - packet Transmission Networked Control Systems with Long Delay

ZHANG Duan - jin, ZHANG Hao, WANG Lei

(School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The problem of stability analysis for networked control systems (NCS) with the multi - packet transmission and stochastic time delay larger than one sampling period is considered. In such case the sensors are time - driven, while the controllers and actuators are event - driven. The NCS is modeled as switched control systems. Based on the analysis of switched systems and stability theory, the sufficient condition of the exponential stability is obtained in terms of the linear matrix inequality approach. At last, a numerical example is given to show the effectiveness of the proposed method.

Key words: networked control system; long time - delay; multi - transmission; stability

(上接第 90 页)

Creation of Fortran COM Components Supported by CVF

BI Su - ping[1], ZHANG Jun[2], ZHOU Zhen - hong[3]

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Nanyang Tianyi Power Generation Co. LTD, Nanyang 474671, China; 3. School of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: A COM component is reusable, programming - language independent, and self - describing, so there exists a certain need that Fortran computation programs/ mathematical models are changed to COM components and integrated in the component - based system. What are the marked characteristics of a COM component? How to plan and design it? How to support creating it with the Fortran COM Server Wizard? Whether can Fortran data types be directly used? A thorough discussion on the Fortran programmer's concerns mentioned above is present in the hope that the practical technique would play an important role in the computation engineering development.

Key words: mathematical model; component object model(COM); component interface; type library marshalling; automation - compatible data types