

文章编号:1671-6833(2009)03-0035-04

考虑起始水力梯度时变荷载饱和黏土一维固结

刘忠玉¹, 范如琴², 马崇武³

(1. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 郑州大学 水利与环境工程学院, 河南 郑州 450001;
3. 东莞理工学院 建筑工程系, 广东 东莞 523808)

摘要: 采用考虑起始水力梯度的非 Darcy 渗流方程, 将 Terzaghi 饱和黏土一维固结理论推广至可以考虑地面荷载随时间变化的情况, 并给出了有限体积法数值计算格式. 在此基础上, 讨论了起始水力梯度和施工速度对饱和黏土层固结特性的影响. 计算结果表明, 起始水力梯度越大, 地基的固结速度就越慢, 且最终固结度小于 1; 而施工速度的影响主要体现在施工期和竣工初期.

关键词: 固结理论; 有限体积法; 非 Darcy 渗流; 起始水力梯度; 变荷载

中图分类号: TU 431

文献标识码: A

0 引言

Terzaghi 于 1923 年建立的饱和黏土一维固结理论至今仍在工程中普遍使用. 该理论假定土是均质理想的弹性材料, 土中渗流符合 Darcy 定律, 且荷载一次瞬时施加并维持不变. 而实际荷载往往是在施工过程中逐渐增大, 竣工后的固结才是在恒定荷载下进行. 据统计, 在施工期及竣工初期建筑物差异沉降发展最为迅速, 此时建筑物也最容易出现裂缝, 因此要对沉降过程作出尽可能符合实际的预估, 考虑施工期荷载的变化具有实际的工程意义. 因此, 不少学者致力于对 Terzaghi 一维固结理论的改进, 使得该理论可以考虑变荷载^[1-4]. 这些改进一般都假定黏性土中的渗流仍符合 Darcy 定律. 实际上在低渗黏土中的许多渗流试验结果都偏离了 Darcy 定律, 此时渗流速度 v 随水力梯度 i 非线性增长, 且存在一个起始水力梯度 i_b ^[5]. 这种情况下, 渗流规律可简化为^[6]

$$v = \begin{cases} K(i - i_b) & i \geq i_b \\ 0 & i < i_b \end{cases} \quad (1)$$

式中: K 为渗透系数. 当 $i_b = 0$ 时, 上式退化为 Darcy 定律. 因此, 文献[6-11]用式(1)代替 Darcy 定律描述渗流, 分别探讨了起始水力梯度 i_b 对单层或双层饱和黏土地基渗透固结的影响, 但仍然假定荷载一次瞬时施加并维持不变. 笔者拟在文献[7,11]的基础上, 用式(1)代替 Darcy 定律描

述渗流, 将 Terzaghi 一维固结理论推广至变荷载作用的情况, 并初步探讨施工速度和起始水力梯度 i_b 对饱和黏土地基固结特性的影响.

1 分析模型

设饱和黏土地基厚度为 H , 顶面透水, 底面不透水且不可压缩(图 1), 并假定该地基在自重作用下已经完成固结. 现在顶面受到无初速施加的无限均布荷载 $p(t)$ 作用, 其初始值为 p_0 , 最终值为 p_{\max} , 加载历时为 t_0 (图 2). 设时刻 t 时, 深度 z 处的孔隙水压力为 $u(z, t)$. 由于渗流不会瞬间在整个土层发生, 设渗流前锋到达深度 z_f 处的时刻为 t_f , 到达黏土层底面的时间为 t_d . 此时固结方程为:

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2)$$

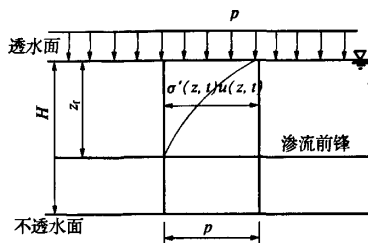


图 1 饱和黏土地基的固结过程
Fig. 1 Process of consolidation in a saturated clay layer

收稿日期:2009-01-03;修订日期:2009-04-16

基金项目:河南高速公路发展有限责任公司科技项目(2007GF009);东莞市科技计划资助项目(2006-117)

作者简介:刘忠玉(1968-),男,河南延津人,郑州大学教授,博士,主要从事岩土力学方面研究.

式中: $C_v = K(1+e)/(a\gamma_w)$ 为竖向固结系数; e 为土的初始孔隙比; a 为黏土层的压缩系数; γ_w 为水的重度. 相应的定解条件为:

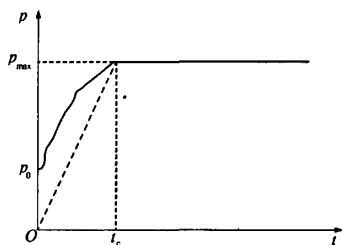


图2 荷载与时间的关系示意图

Fig. 2 Loading-time relationship

初始条件: $u(z, 0) = u_0 = p_0$, $0 \leq z \leq H$ (3)

$z_f(0) = 0$ (4)

透水边界条件: $u(0, t) = 0$, $0 < t < \infty$ (5)

活动边界条件($z = z_f$): $\frac{\partial u}{\partial z}(z_f(t_f), t_f) = i_b \gamma_w$,

$u(z_f(t_f), t_f) = p$, $0 < t_f \leq t_d$ (6)

不透水边界条件: $\frac{\partial u}{\partial z}(H, t) = i_b \gamma_w$, $t < t_d$ (7)

为便于讨论,将有关各量无量纲化:

$U = u/p_{\max}$, $P = p/p_{\max}$, $P_0 = p_0/p_{\max}$, $Z = z/H$,

$Z_f = z_f/H$, $T = C_v t/H^2$, $T_f = C_v t_f/H^2$, $T_d = C_v t_d/H^2$,

$T_c = C_v t_c/H^2$, $I_b = i_b \gamma_w H/p_{\max}$ (8)

这样式(2)~(7)化为

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \frac{\partial U}{\partial T} - \frac{\partial P}{\partial T} \quad (9)$$

初始条件: $U(Z, 0) = P_0$, $0 \leq Z \leq 1$ (10)

$Z_f(0) = 0$ (11)

透水边界条件: $U(0, T) = 0$, $0 < T < \infty$ (12)

活动边界条件($Z = Z_f$): $\frac{\partial U}{\partial Z}(Z_f(T_f), T_f) = I_b$,

$U(Z_f(T_f), T_f) = P$, $0 < T_f \leq T_d$ (13)

不透水边界条件: $\frac{\partial U}{\partial Z}(1, T) = I_b$, $T > T_d$ (14)

2 方程的数值求解

上述微分方程难以取得解析解,笔者采用文献[7]的方法,即有限体积法求其数值解.

2.1 方程的离散

首先以 ΔZ 将黏土层从上向下均分为 N 层, 每层为一控制容积, 并在每层的中点布置一个节点; 设渗流前锋穿越第 j 层所用时间为 ΔT , 以此为步长对时间变步长离散, 当渗流前锋到达不透水边界后, 对时间按给定的步长 ΔT 离散. 然后在时间段 ΔT (时刻 T_k 到 T_{k+1}) 内, 在第 j 控制容积

内对方程(9)积分可得

$$\int_{T_k}^{T_{k+1}} \left(\frac{\partial U}{\partial Z} \Big|_x - \frac{\partial U}{\partial Z} \Big|_s \right) dT = \int_{\Delta Z} \left[\int_{T_k}^{T_{k+1}} \left(\frac{\partial U}{\partial T} - \frac{\partial P}{\partial T} \right) dT \right] dZ \quad (15)$$

式中: 下标 x, s 分别表示该控制容积的下、上边界.

对式(15)等式右边孔压 U 关于 T 的偏导数以一阶向后差分近似, 等式左边 U 关于 Z 的偏导数以中间差分近似, 即

$$\int_{T_k}^{T_{k+1}} \left[\left(\frac{U_{j+1} - U_j}{\Delta Z} \right) - \left(\frac{U_j - U_{j-1}}{\Delta Z} \right) \right] dT = (U_{j,k+1} - U_{j,k}) \Delta Z - (P_{k+1} - P_k) \Delta Z \quad (16)$$

式中: U 的下标中, 第一项表示空间节点, 第二项表示时间离散点, 下同.

为计算式(16)左边的时间积分项, 取 T_k 和 T_{k+1} 时刻的权重分别为 0 和 1, 即按全隐格式表示该时间段内的 U_{j+1} , U_j 和 U_{j-1} . 这样式(16)变为

$$U_{j-1,k+1} - \left(2 + \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \right) U_{j,k+1} + U_{j+1,k+1} = - \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} (U_{j,k} + P_{k+1} - P_k) \quad (17)$$

2.2 初始条件和边界条件的处理

离散后的初始条件为: $U_{j,0} = P_0$, $Z_0 = 0$ (18)

对于控制容积 1, 考虑到透水边界条件式

(12), 其上边界处的孔隙水压梯度近似为 $\frac{\partial U}{\partial Z} \Big|_s$

$= \frac{U_{1,k+1}}{\Delta Z/2}$, 这样式(15)最终的离散形式为

$$- \left(3 + \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \right) U_{1,k+1} + U_{2,k+1} = - \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} (U_{1,k} + P_{k+1} - P_k) \quad (19)$$

设渗流前锋刚好到达控制容积 $k+1$ ($\leq N$) 的下表面, 考虑到活动边界条件式(13), 则式

(15)中的 $\frac{\partial U}{\partial Z} \Big|_x = I_b$, 这样式(15)变为

$$U_{k,k+1} - \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + 1 \right) U_{k+1,k+1} = -I_b \Delta Z - P_{k+1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \quad (20)$$

同时, 下式近似成立

$$U_{k+1,k+1} = P_{k+1} - I_b \Delta Z/2 \quad (21)$$

同理, 当渗流前锋到达不透水边界后, 考虑到不透水边界条件式(14), 式(15)可变为

$$U_{N-1,k+1} - \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + 1 \right) U_{N,k+1} = -I_b \Delta Z - \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} (U_{N,k} + P_{k+1} - P_k) \quad (22)$$

这样式(17)~(22)就构成了封闭方程组,可联合求解。

3 结果分析

笔者仅讨论线性施工荷载,即地面荷载 p 从 0 线性增加 p_{\max} 后不变,如图 2 中虚线所示。

3.1 渗流前锋

求解前节的方程组,首先得到了 $T_c = 0.5$ 但不同 I_b 时渗流前锋的运动曲线,如图 3 所示。从该图可知,由于存在起始水力梯度,渗流并非瞬时在整个厚度发生,而是首先发生在排水边界,随着时间推移,逐渐向不排水边界推进,并且 I_b 越大,推进速度越慢。根据式(8)中 I_b 的定义可知,起始水力梯度 i_b ,土层厚度 H 以及上覆压力 p 都显著影响着渗流前锋的推进速度。

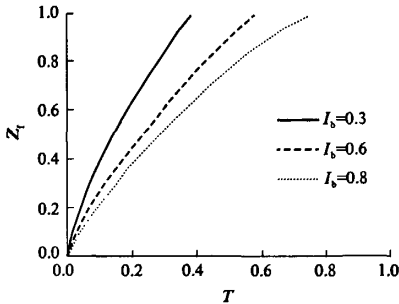


图 3 I_b 对渗流前锋运动的影响 ($T_c = 0.5$)

Fig. 3 Influence of I_b on motion of front of seepage ($T_c = 0.5$)

为讨论施工速度对渗流前锋运动的影响,图 4 给出了 $I_b = 0.6$ 但不同 T_c 时渗流前锋的运动规律。由于 T_c 越大,表示施工速度越慢,所以图 4 表明,施工速度越慢,则渗流前锋的推进速度就越慢。

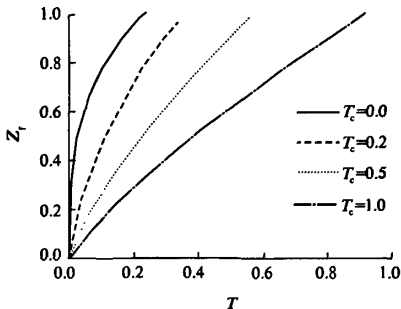


图 4 T_c 对渗流前锋运动的影响 ($I_b = 0.6$)

Fig. 4 Influence of T_c on motion of front of seepage ($I_b = 0.6$)

3.2 固结度

当按上述方法计算出任意时刻土层任意深度

处的孔隙水压力 $U(Z, T)$ 后,代入式(23)即可计算按有效应力定义的平均固结度 U_i 。

$$U_i = \frac{\int_0^H \sigma' dz}{p_{\max} H} = P(t) - \int_0^1 U(Z, T) dZ \quad (23)$$

图 5 给出了 $T_c = 0.5$ 且不同 I_b 时固结度随时间 T 的变化曲线。很明显,考虑起始水力梯度的曲线都在 $I_b = 0$ 线的下方,且 I_b 越大,与 $I_b = 0$ 线的距离越大。这说明如果忽略起始水力梯度,将会高估地基的固结度。另外,图 5 还表明,渗流起始水力梯度越大,固结速度就越小,且最终固结度都小于 1,也就是说土层中存在残余孔隙水压力不能完全消散。因此,除固结系数 C_v 外,综合了起始水力梯度 i_b ,土层厚度 H 以及上覆压力 p 的指标 I_b 是影响土层固结的一个重要指标。这与文献 [7, 9] 讨论瞬时加载情况时的结论相似。

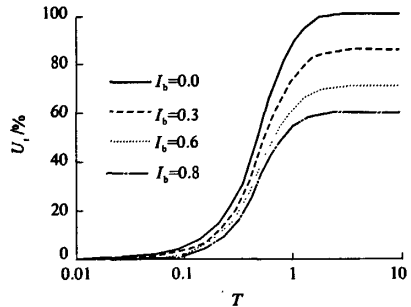


图 5 I_b 对固结度的影响 ($T_c = 0.5$)

Fig. 5 Influence of I_b on degree of consolidation ($T_c = 0.5$)

图 6 表示了施工速度对固结度的影响。由图 6 可以看出,在施工期及竣工初期,施工速度越慢,固结度就越小,因此这期间不考虑施工速度,将会高估土层的固结度;而在竣工后,随着时间的推移,前期施工速度的影响越来越小,因此计算或预测最终沉降量时,可以不考虑施工速度的影响。

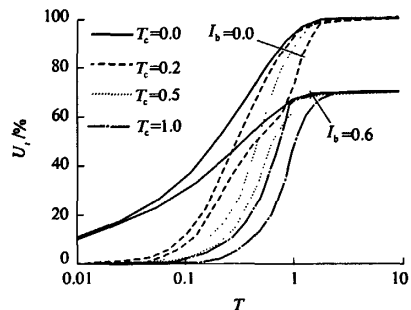


图 6 T_c 对固结度的影响 ($I_b = 0$ 和 0.6)

Fig. 6 Influence of T_c on degree of consolidation ($I_b = 0$ and 0.6)

4 结论

(1)以考虑起始水力梯度的非 Darcy 渗流方程代替 Darcy 定律,将 Terzaghi 饱和黏土一维固结方程推广至可以考虑地面荷载随时间变化的情况。用有限体积法的数值分析表明,除固结系数外, $I_b = i_b \gamma_w H / p_{\max}$ 也是一个表述饱和黏土固结特性的重要指标。

(2)渗流前锋的运动规律显著地受 I_b 和施工速度的影响。 I_b 越大或施工速度越慢,渗流前锋的推进速度就越慢。

(3)考虑起始水力梯度时,地基的固结速率要比 Terzaghi 固结理论慢,而且起始水力梯度越大,黏土层越厚,或上覆压力越小,地基固结速度就越慢。另外,只要起始水力梯度大于零,地基中就存在一定的残余孔隙水压力无法完全消散,因而地基的最终平均固结度总小于 1。这与瞬时加载时的结论一致。

(4)施工速度对固结度的影响主要体现在施工期和竣工后的初期。计算最终沉降量时,可以不考虑施工速度的影响。

参考文献:

- [1] 谢康和,潘秋元. 变荷载下任意层地基一维固结理论[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(5): 80 - 85.
- [2] 蔡袁强,徐长节,丁狄刚. 循环荷载作用下成层饱水

地基的一维固结[J]. 振动工程学报, 1998, 11(2): 184 - 193.

- [3] 殷宗泽. 土工原理[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2007.
- [4] 谢康和,郑辉,李冰河,等. 变荷载下成层地基一维非线性固结分析[J]. 浙江大学学报:工学版, 2003, 37(4): 426 - 431.
- [5] LAW K T, LEE C F. Initial gradient in a dense glacial till [C]. Proc 10th Int Conf on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, 1981, (1), 441 - 446.
- [6] 邓英尔,刘慈群,黄润秋,等. 高等渗流理论与方法[M]. 科学出版社, 2004.
- [7] 刘忠玉,刘忠广,马崇武. 考虑起始水力梯度时饱和黏土的一维固结[J]. 郑州大学学报:工学版, 2006, 27(3): 21 - 24.
- [8] 刘忠玉,杨荣根. 考虑起始水力梯度时双层地基的一维固结[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 2006, 29(5): 568 - 572.
- [9] 刘忠玉,张天航,马崇武. 起始水力梯度对饱和黏土一维固结的影响[J]. 岩土力学, 2007, 29(3): 467 - 470.
- [10] 马崇武,刘忠玉,王卫平. 非 Darcy 渗流时饱和黏土的一维固结特性[J]. 兰州大学学报:自然科学版, 2007, 43(5): 142 - 146.
- [11] 马崇武,刘忠玉,王卫平. 非达西渗流时一维固结方程的两种数值解法[J]. 兰州理工大学学报, 2007, 33(3): 128 - 131.

One-dimensional Consolidation of Saturated Clays Under Time-dependent Loadings Considering Initial Hydraulic Gradient

LIU Zhong - yu¹, FAN Ru - qin², MA Chong - wu³

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. School of Water Conservancy and Environment Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 3. Department of Civil Engineering, Dongguan University of Technology, Dongguan 523808, China)

Abstract: Terzaghi's one-dimensional consolidation theory was generalized to take account of the case under time-dependent loadings based on the modified non-Darcy seepage equation considering the initial hydraulic gradient, and numerical analysis was performed by using the finite volume method. Then the effects of the initial hydraulic gradient and the rate of loading on the one-dimensional consolidation behaviors of saturated clay layers were investigated. The analytical results show that, the rate of consolidation of the layers decreases as the initial hydraulic gradient increases, and the ultimate value of degree of consolidation is less than 1 for the soil with the initial hydraulic gradient greater than zero. In addition, the effect of the rate of loading on the consolidation behaviors is remarkable in the construction period and the incipient period of completion of construction.

Key words: consolidation theory; finite volume method; non-Darcy flow; initial hydraulic gradient; time-dependent loading