

文章编号:1671-6833(2010)05-0082-04

## 渐硬恢复力系统在窄带随机激励下的动力响应

赵更歧<sup>1</sup>, 赵桂峰<sup>1</sup>, 李大望<sup>2</sup>

(1. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 深圳大学 土木工程学院, 广东 深圳 518060)

**摘 要:** 通过蒙特卡洛模拟方法, 研究了窄带随机激励作用下渐硬恢复力滑移系统稳态响应的统计特征, 发现此类系统由于其本质的非线性, 在窄带随机激励作用下将会出现振幅跳跃现象, 稳态位移与速度响应之间存在较强的非线性相关性, 系统参数的改变将对其振幅跳跃和响应的非线性相关程度有较大影响。 $s_0$  和  $\varepsilon$  的增大将使出现跳跃的频率区间增大, 而  $\mu$  的增大则会使出现跳跃的频率区间减小, 说明工程中利用滑动摩擦减小系统滑移是可行的。

**关键词:** 蒙特卡洛法; 窄带随机激励; 振幅; 非线性相关性; 滑动摩擦

**中图分类号:** O324; P135.9

**文献标识码:** A

### 0 引言

滑移隔震系统是一种被动控制措施, 主要是利用滑动摩擦, 使输入能量耗散, 从而控制结构的振动幅度。已有的研究发现, 具有硬弹簧特性的非线性滑移系统, 在受到白噪声激励时, 响应均方值要比不计入非线性项时小, 使得具有硬弹簧特性的非线性减震器减震效果优于对应的线性减震器<sup>[1]</sup>。在实际的结构工程中, 结构受窄带随机激励作用的情况比较常见, 比如建筑物与其内部设备之间的相互作用, 方式就类似于具有硬弹簧特性的滑移系统, 但由于渐硬恢复力滑移系统具有较强的非线性, 使得这方面的理论研究工作进展缓慢, 目前为止, 在非线性和随机振动问题的研究中, 只能求解在特殊情况下的一些问题, 而大量的实际问题只能得到近似解。因此, 对具有渐硬恢复力滑移系统的窄带随机振动特点以及具有该类特点的隔震器的应用开发进行研究, 具有重要的意义。现有解决非线性随机振动问题的数学处理方法主要有: 摄动法、统计线性化法和 FPK 法等<sup>[1-3]</sup>, 其中前两种方法只适用于弱非线性问题, FPK 方法需要知道激励的概率特征系统和系统本身的物理参数, 还需知道响应的初始条件、边界条件和概率条件, 因此, 其适用性受到限制。目前用于非线性结构随机振动研究较为成熟的理论大都

是对宽带随机激励作用下的结构进行的<sup>[4]</sup>, 对于受窄带随机激励作用的结构随机动力响应问题, 仍未有有效的解析方法。笔者运用蒙特卡洛方法, 模拟研究具有渐硬恢复力的滑移系统, 在窄带随机激励作用下, 系统参数对其响应统计特征的影响。由于该方法不受问题的维数限制, 运用该方法可得到较精确的联合概率密度函数分布, 从而可以对窄带随机激励作用的非线性系统的响应统计特征有一些更直观的认识。

### 1 滑移系统动力模型和窄带滤波器模型

对具有渐硬恢复力的滑移系统进行研究, 其模型如式(1)<sup>[5]</sup>:

$$\ddot{X} + \mu g \operatorname{sgn}(\dot{X}) + \omega_0^2(X + \varepsilon X^2) = -\ddot{X}_g \quad (1)$$

式中:  $X$ ,  $\dot{X}$ ,  $\ddot{X}$  分别表示滑移系统相对于地面的水平滑移、速度与加速度;  $\mu$  为滑动界面上材料的库仑摩擦系数;  $g$  为重力加速度; 系统的固有频率  $\omega_0 \geq 0$  及硬弹簧参数  $\varepsilon \geq 0$ , 均为系统限复位机构参数; 而其中,

$$\operatorname{sgn}(\dot{X}) = \begin{cases} 1, & \dot{X} > 0 \\ -1, & \dot{X} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

是符号函数。 $\ddot{X}_g$  在此代表窄带平稳高斯随机过程中线性滤波器对高斯白噪声的响应<sup>[6]</sup>。线性滤波

收稿日期: 2010-04-07; 修订日期: 2010-06-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(50478050)

作者简介: 赵更歧(1970-), 男, 河南南阳人, 郑州大学副教授, 博士, 主要从事工程抗震与加固改造研究, E-mail:

zhaogenqi@zzu.edu.cn.

器属窄带滤波器,其模型为:

$$\ddot{Y} + \alpha \dot{Y} + \omega_1^2 Y = \omega_1 \sqrt{\alpha} \xi(t) \quad (3)$$

式中:  $\omega_1$  和  $\alpha$  分别是滤波器的中心频率与带宽;  $\xi(t)$  是高斯白噪声(强度为  $2D$ ),  $D = 2\pi s_0$  ( $s_0$  是高斯白噪声的谱密度). 平稳位移响应  $Y$  的中心频率为  $\omega_1$ , 噪声带宽为  $\pi\alpha/2$ . 当  $\alpha$  很小时,  $Y$  是一个窄带平稳高斯随机过程.

由随机振动理论可知,渐硬恢复力滑移系统的稳态随机动力响应特性可用其互相关函数  $R(\tau)$ 、联合概率密度  $P(x, \dot{x})$  以及均方响应来描述. 由于该系统的稳态响应并不是平稳随机过程<sup>[6]</sup>, 笔者为了研究的方便, 此处假定其响应是弱平稳随机过程, 该系统稳态随机动力响应的互相关函数与均方响应如下式:

$$R(\tau) = E(x(t) \dot{x}(t+\tau)) \quad (4)$$

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 P(x) dx \quad (5)$$

$$E(\dot{x}^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}^2 P(\dot{x}) d\dot{x} \quad (6)$$

式中:  $R(\tau)$  为速度响应与位移响应的互相关函数;  $E(x^2)$ ,  $E(\dot{x}^2)$  分别为位移和速度均方响应.

## 2 滑移系统随机响应模拟与分析

模拟中统一取滤波器带宽  $\alpha = 0.004$ , 通过改变摩擦系数  $\mu$ 、频率比  $\omega_1/\omega_0$ 、非线性弹簧参数  $\varepsilon$  和高斯白噪声强度  $s_0$ , 观察系统稳态响应随系统参数改变而变化的规律. 不同参数组合下系统稳态响应仿真结果见图 1, 其中横、纵坐标中的  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $P(x, \dot{x})$  分别表示系统质点的水平滑移、速度以及二者的联合概率密度.

图 2 给出了不同参数组合时系统的互相关函数. 图 3 给出部分不同参数组合时系统的稳态响应散点分布. 图 4 给出了随  $\omega_1/\omega_0$  变化时系统的稳态位移和速度响应的均方根值.

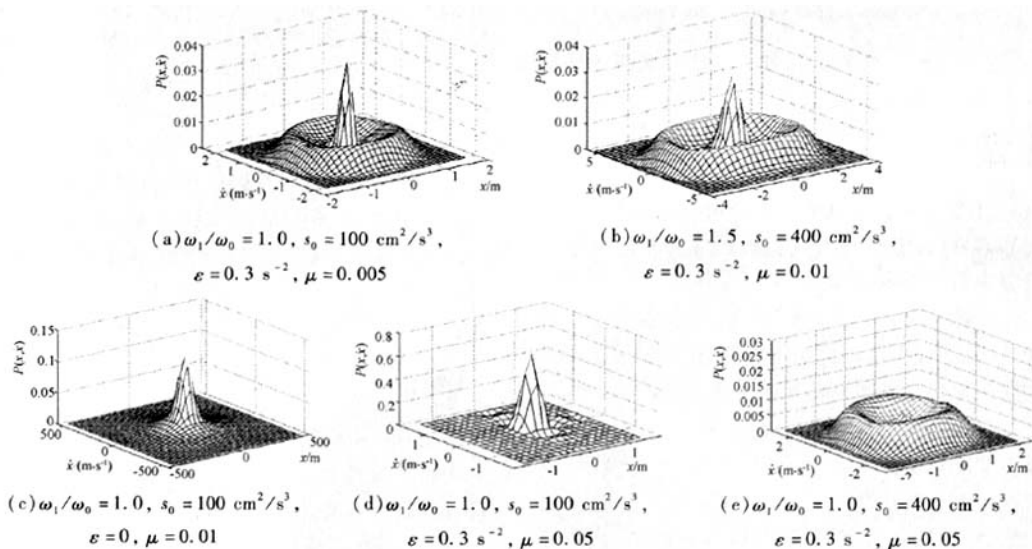
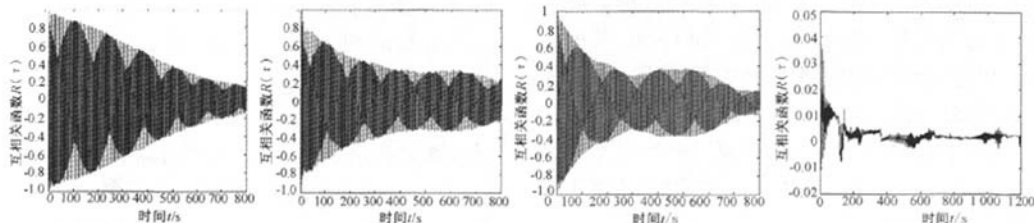


图 1 响应联合概率密度比较 ( $\alpha = 0.004$ )

Fig. 1 Comparison of the joint probability density of the response ( $\alpha = 0.004$ )



(a)  $\omega_1/\omega_0 = 1.00$ ,  $\mu = 0.01$  (b)  $\omega_1/\omega_0 = 1.60$ ,  $\mu = 0.01$  (c)  $\omega_1/\omega_0 = 1.30$ ,  $\mu = 0.05$  (d)  $\omega_1/\omega_0 = 1.30$ ,  $\mu = 0.10$

图 2 响应的互相关函数

Fig. 2 Cross-correlation function of the response

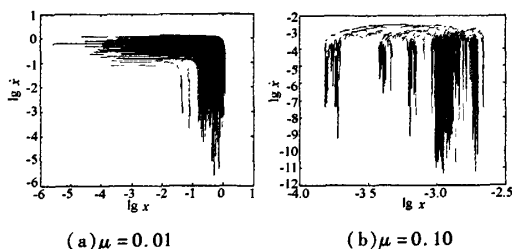


图3 响应的对数散点图

Fig.3 The logistic scatter diagram

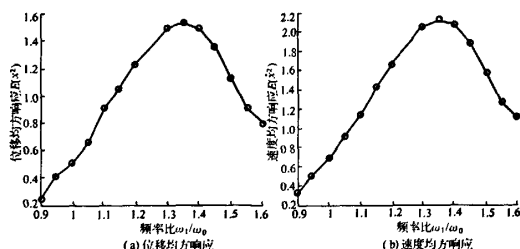


图4 响应的均方值

Fig.4 Mean square value of the response

从图1(a)可以看出,对于渐硬弹簧非线性恢复力特征的滑移系统来说,在窄带平稳高斯激励作用下,当滤波器频率 $\omega_1$ 与系统固有频率 $\omega_0$ 接近,处于共振区或其邻域时,稳态响应的联合概率密度分布在原点处显示为一个峰,四周是围绕它的环形峰,说明滑移系统稳态响应在本质上并不是完全符合高斯分布的<sup>[6]</sup>。

由图1(d)、(e)可看出,随着噪声强度的增大,跳跃的频率范围区间也变宽,在共振区稳态响应在长时间里处于运动幅度较大的状态。

硬弹簧非线性参数是系统在小摩擦时是否能发生跳跃的决定因素。从图1看出,当 $\varepsilon=0$ 时,系统响应不会发生跳跃,只有一种运动状态;随 $\varepsilon$ 的增大,响应逐渐出现跳跃,且随着 $\varepsilon$ 的增大,系统响应出现大幅运动状态的可能性也增加,使出现跳跃的频率区间增宽。

从图1(a)、(d)可以看出,摩擦系数 $\mu$ 增大时,稳态响应联合概率密度仅有中间尖峰,集中在原点附近,所以 $\mu$ 的增大将使滑移系统在共振区及其邻域的稳态响应表现为小幅运动状态,联合概率密度呈尖峰分布,说明该系统的响应是非高斯分布的,这也说明了该系统是非线性的,不能用线性的方法分析。

从图1(b)、(d)可以看出,当 $\omega_1/\omega_0$ 从1.5变为1.0时,结构由非共振区进入共振区,虽然 $\mu$ 增大, $s_0$ 减小,但系统运动的幅度仍然有较大增

长,说明共振对结构振动的影响较大。

从图2可以看出,速度响应与位移响应之间是强相关的,不仅在频率比 $\omega_1/\omega_0$ 处于共振区或其邻域内时是相关的,并且当频率比 $\omega_1/\omega_0$ 处于使稳态响应发生跳跃的临界值区域时,速度响应与位移响应仍表现出很强的相关性。当改变滑移系统参数(尤其改变滑动摩擦系数 $\mu$ ),将极大影响系统在窄带随机过程作用时的系统稳态响应特征,随 $\mu$ 的增大,响应的幅值大大减小,但此时位移与速度响应仍表现为强相关;当 $\mu$ 继续增大到某一较大值时,即使 $\omega_1/\omega_0$ 的比值在共振区附近,位移与速度响应的幅值变化仍非常小,同时速度响应与位移响应的相关函数的幅值也减小很多。

由图3可以看出,在窄带随机激励作用下,渐硬恢复力滑移系统的稳态响应是非线性的,运用线性相关的分析方法不适用与该系统,可用随机相关性检验方法——DBS检验<sup>[5]</sup>来进行该系统的研究,探讨其非线性相关程度,该方法在统计学领域中较为成熟,但限于文章篇幅,此处不做过多分析。

笔者通过模拟,得到在窄带平稳高斯激励作用时渐硬恢复力滑移系统的稳态速度及位移响应的均方根值,如图4所示。虽然当 $\omega_1/\omega_0$ 处于一定区间内时系统的稳态响应发生了跳跃,但其均方响应值却基本没变,说明在系统参数一定时,渐硬恢复力滑移非线性系统的均方响应值是唯一的。

### 3 结论

笔者运用蒙特卡洛法,对窄带随机激励作用下渐硬恢复力滑移系统的稳态响应进行了模拟研究,得知,当滤波器频率与滑移系统的固有频率之比( $\omega_1/\omega_0$ )在一定区间且滤波器带宽较窄时,系统的稳态响应会出现振幅跳跃; $s_0$ 和 $\varepsilon$ 的增大使出现跳跃的频率区间有所增大,而随着 $\mu$ 的增大,跳跃的频率区间则有所减小,这一现象说明工程中可以利用改变滑动摩擦力,以减小系统滑移,但在选用隔振材料时,并非使材料的动摩擦系数越小越好,原因为若材料的动摩擦系数过小,在窄带随机激励作用下将会使系统长时间进行大幅值运动,从而使系统的失效概率增大,所以,在设计滑移隔震体系时,要合理地选择材料的动摩擦系数。

### 参考文献:

- [1] 卢立恒,徐赵东,史春芳. 结构滑移隔震技术的研究

- 究现状及发展[J]. 防灾减灾工程学报, 2007, 27 (s): 243 - 246.
- [2] 李大望, 陈立喜, 王建强. 杜芬型滑移系统振动非线性评估[J]. 振动与冲击, 2007, 26(5): 22 - 24.
- [3] 孙广俊, 李爱群. 基础隔震结构动力可靠度分析及参数优化[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2009, 39(2): 320 - 327.
- [4] 樊剑, 唐家祥. 滑移隔震结构的地震反应分析[J]. 工程力学, 2003, 20(1): 72 - 75.
- [5] 李大望, 茹大江, 赵桂峰, 等. 滑移系统随机振动非线性分析[J]. 河南科学, 2005, 23(6): 829 - 831.
- [6] 朱位秋. 随机振动[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [7] 汪荣鑫. 随机过程[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [8] 欧进萍, 王光远. 结构随机振动[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.

## The Steady - state Dynamic Response of Sliding System with Hardening Restoring Force Undergoing the Narrow Band Stochastic Excitation

ZHAO Geng - qi<sup>1</sup>, ZHAO Gui - feng<sup>1</sup>, LI Da - wang<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. College of Civil Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

**Abstract:** Using Monte Carlo simulation, the statistical characteristics of the steady - state response under the narrow band stochastic excitation of sliding system with hardening restoring force is investigated. The results show that its oscillation amplitude jumps under the narrow band stochastic exaction, and a strong non - linear correlation exists between the steady - state displacement response and the steady - state velocity response, the the change of the systematic parameters can greatly affect the oscillation amplitude jumping phenomenon and the responses nonlinear correlation.

**Key words:** Monte Carlo; narrow band stochastic excitation; oscillation amplitude; nonlinear correlation; sliding friction

(上接第54页)

曹建华, 译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983: 195 - 377.

[6] [苏] B. N. 巴步什金. 硅酸盐热力学[M]. 蒲心诚,

## Research on Influencing Mechanism of Gypsum on the Early Strength of Poured Paste Materials

ZHENG Juan - rong

(School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Research on influencing mechanism of gypsum on the early strength of poured paste materials was carried out. The purpose of this paper was that the poured paste materials with meeting the requirement of the 2 h compressive strength ( $\geq 20$  MPa) were formed by selecting proper raw materials (especially the type of gypsum). The research methods of this paper were that the test results of the early strength were explained by using XRD analyses, dissolving properties of gypsums and dissolving degree product of hydration products and so on. The results showed that the 2 h compressive strength of poured paste materials reached 23 MPa when anhydrite gypsum was used and that of poured paste materials could not be measured when dihydrate gypsum was used, and the compressive strengths at different ages of the former was higher than that of the latter; the hydration products of poured paste materials formed by clihydrate gypsum was ettringite and that of poured paste materials formed by gypsum was ettringite and gypsums.

**Key words:** poured paste materials used in high speed railway construction; early strength; gypsum; dissolving properties; ettringite