

一种基于交点质心求解的 RSSI 定位算法及其优化

朱浩¹, 顾宗海¹, 苏金², 刘岩¹, 章晨¹

(1. 郑州大学信息工程学院, 河南郑州 450001; 2. 武汉大学信息管理学院, 湖北武汉 430072)

摘 要: 为了提高 RSSI 算法的定位精度, 提出了一种新的基于交点质心求解的 RSSI 算法。此方法用矩阵求解多组二元二次方程组, 得出的结果为这些方程组解的平均值, 定位坐标由这些平均值确定。相比于传统最小二乘法, 交点质心法的定位精度明显提高, 并给出了两种优化方案, 最后提出了一种实现三维定位的方法。

关键词: RSSI; 定位; 质心求解; 三维定位

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A

0 引言

随着无线电技术的发展, 无线传感器网络 (WSN) 在目标跟踪、环境监测、空间探索等领域得到广泛应用。而其中的节点定位技术在 WSN 中具有重要地位。GPS 是目前应用最广泛的室外定位技术, 但其功耗大、成本高, 且对于室内定位无能为力。这就要求有成本小、功耗低等特点的室内定位技术出现, 而 Zigbee^[1] 定位就是一种满足此要求的室内定位技术^[2-3]。基于芯片 cc2430/cc2431 的 Zigbee 定位系统采用 RSSI (Received Signal Strength Indicator) 定位算法。RSSI 定位算法的基本原理是: 定位节点根据接收的 N 个参考节点的坐标值 $A(a_1, b_1), B(a_2, b_2), \dots, N(a_n, b_n)$ 和与各个坐标分别对应的 N 个 RSSI 值进行计算得出自己目前的位置^[4]。

1 RSSI 定位交点质心求解法

1.1 传统最小二乘 (LS) 算法求解定位坐标

目前, 传统最小二乘法是国内外用的比较多的定位坐标求解法。此法思想简易、理论成熟, 但利用此法求解定位精度不高, 在要求苛刻的环境下, 定位精度达不到要求。

定位节点接收到的 N 个参考坐标为 $A(a_1, b_1), B(a_2, b_2), \dots, N(a_n, b_n)$, 再根据接收到的 A, B, \dots, N 的 RSSI 值, 利用公式

$$RSSI = -(10 \lg d + A) \quad (1)$$

(公式中 A 为某一常数) 分别计算出定位节点到 A, B, \dots, N 的距离分别为 d_1, d_2, \dots, d_n , 列如下方程组:

$$\begin{cases} (x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 = d_1^2 \\ (x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 = d_2^2 \\ \dots\dots \\ (x - a_n)^2 + (y - b_n)^2 = d_n^2 \end{cases} \quad (2)$$

用 (2) 式前 $(n-1)$ 个方程分别减去第 n 个方程, 得:

$$\begin{aligned} & (2a_n - 2a_1)x + (2b_n - 2b_1)y \\ &= d_1^2 - d_n^2 - (a_1^2 + b_1^2) + (a_n^2 + b_n^2) \\ & (2a_n - 2a_2)x + (2b_n - 2b_2)y \\ &= d_2^2 - d_n^2 - (a_2^2 + b_2^2) + (a_n^2 + b_n^2) \\ & \dots\dots \\ & (2a_n - 2a_{n-1})x + (2b_n - 2b_{n-1})y \\ &= d_{n-1}^2 - d_n^2 - (a_{n-1}^2 + b_{n-1}^2) + (a_n^2 + b_n^2) \end{aligned} \quad (3)$$

令:

$$Q = \begin{bmatrix} 2a_n - 2a_1 & 2b_n - 2b_1 \\ 2a_n - 2a_2 & 2b_n - 2b_2 \\ \dots & \dots \\ 2a_n - 2a_{n-1} & 2b_n - 2b_{n-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\theta = [x \ y]^T \quad (5)$$

$$b = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_n^2 - (a_1^2 + b_1^2) + (a_n^2 + b_n^2) \\ d_2^2 - d_n^2 - (a_2^2 + b_2^2) + (a_n^2 + b_n^2) \\ \dots\dots \\ d_{n-1}^2 - d_n^2 - (a_{n-1}^2 + b_{n-1}^2) + (a_n^2 + b_n^2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

收稿日期: 2010-08-27; 修订日期: 2010-08-30

作者简介: 朱浩 (1966-), 男, 河南郑州人, 郑州大学副教授, 博士, 从事微电子与固体电子学、数字图像处理、基于 zigbee 的定位系统等方面的研究, E-mail: iehzhu@zzu.edu.cn.

则上式变为

$$Q\theta = b \quad (7)$$

用 LS 求解得

$$\theta = (Q^T Q)^{-1} Q^T b \quad (8)$$

即为所求定位坐标值^[5]。

1.2 矩阵求解二元二次方程

设两个方程分别为

$$(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 = d_1^2 \quad (9)$$

$$(x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 = d_2^2 \quad (10)$$

将上两式分别化为

$$-2a_1x - 2b_1y + x^2 + y^2 = d_1^2 - a_1^2 - b_1^2 \quad (11)$$

$$-2a_2x - 2b_2y + x^2 + y^2 = d_2^2 - a_2^2 - b_2^2 \quad (12)$$

令

$$R^2 = x^2 + y^2 \quad (13)$$

$$r_1^2 = d_1^2 - a_1^2 - b_1^2 \quad (14)$$

$$r_2^2 = d_2^2 - a_2^2 - b_2^2 \quad (15)$$

则式(11),(12)可化为

$$\begin{bmatrix} -2a_1 & -2b_1 & 1 \\ -2a_2 & -2b_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ R^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1^2 \\ r_2^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

令

$$Q = \begin{bmatrix} -2a_1 & -2b_1 & 1 \\ -2a_2 & -2b_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\theta = [x \quad y \quad R^2]^T \quad (18)$$

$$b = [r_1^2 \quad r_2^2]^T \quad (19)$$

则式(16)化为

$$Q\theta = b \quad (20)$$

用 LS 求解得

$$\theta = (Q^T Q)^{-1} Q^T b \quad (21)$$

此解前两项为(11)、(12)两式联立方程组所有解的平均值。

1.3 交点质心求解法

以 3 个参考节点确定一个定位节点为例,提出一种新的基于上述用矩阵求解二元二次方程组解的 RSSI 定位坐标求解法——交点质心求解法。

设定位引擎接收满足硬件要求的 3 个参考节点的坐标分别为 $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$, $C(a_3, b_3)$ 。定位节点再根据接收到的 A, B, C 的 RSSI 值,利用公式(1)分别计算出定位节点到 A, B, C 的距离分别为 d_1, d_2, d_3 。分别以 $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$, $C(a_3, b_3)$ 为圆心, d_1, d_2, d_3 为半径画圆如下图 1 所示。

则定位节点应该出现在 3 个圆的公共区域内^[6]。用交点质心求解法求定位节点坐标步骤如下。

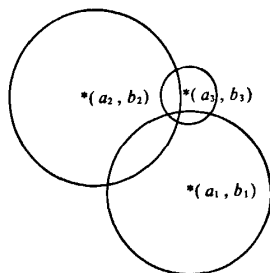


图 1 定位节点位置示意图

Fig. 1 The schematic of blind node's location

分别以 $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$, $C(a_3, b_3)$ 为圆心, d_1, d_2, d_3 为半径列出 3 个方程:

$$\begin{cases} (x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 = d_1^2 \\ (x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 = d_2^2 \\ (x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 = d_3^2 \end{cases} \quad (22)$$

用矩阵表达:

$$\begin{bmatrix} -2a_1 & -2b_1 & 1 \\ -2a_2 & -2b_2 & 1 \\ -2a_3 & -2b_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ R^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1^2 \\ r_2^2 \\ r_3^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中:

$$\begin{cases} R^2 = x^2 + y^2 \\ r_1^2 = d_1^2 - a_1^2 - b_1^2 \\ r_2^2 = d_2^2 - a_2^2 - b_2^2 \\ r_3^2 = d_3^2 - a_3^2 - b_3^2 \end{cases} \quad (24)$$

定义

$$Q = \begin{bmatrix} -2a_1 & -2b_1 & 1 \\ -2a_2 & -2b_2 & 1 \\ -2a_3 & -2b_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\theta = [x \quad y \quad R^2]^T \quad (26)$$

$$b = [r_1^2 \quad r_2^2 \quad r_3^2]^T \quad (27)$$

进一步化为

$$Q\theta = b \quad (28)$$

求出结果:

$$\hat{\theta} = (Q^T Q)^{-1} Q^T b \quad (29)$$

的前两项即为所求定位节点的坐标。

此方法求出的定位节点坐标 (x, y) 是所有 3 个圆 6 个交点坐标的质心。

其中需要说明的是,不论这 3 个圆是否两两相交,得出的解均为实数解。

图 2 为传统 LS 求解法与交点质心求解法定位误差对比图。两种方法均采用 3 个相同的参考坐标。由图 2 可见,交点质心求解法相对于传统 LS 算法明显的提高了定位精度。

通过观察传统最小二乘法与交点质心法的定

位求解过程,可以发现交点质心法的计算复杂度并未提高.分别对两种方法运算20次求平均,得到各自的运行时间为:传统最小二乘法为0.025 151s;交点质心法为0.018 876 s.可以看出,交点质心法的计算速度要快些.

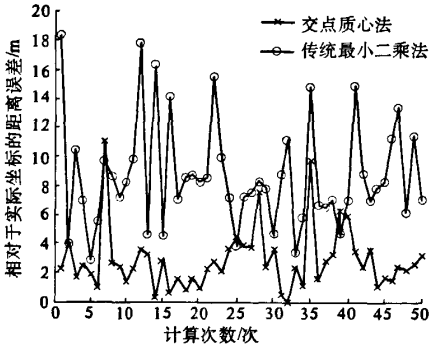


图2 两种方法定位精度比较

Fig.2 The location accuracy comparison of two methods

2 交点质心求解法优化方案

尽管交点质心求解法相对于传统LS算法可以提高定位精度,但由于信号在传播过程中受到各种因素影响,从而导致定位节点接收到的RSSI值存在很大的随机误差,从而影响定位精度.要进一步提高定位精度,便要接收到RSSI值进行滤波,从而达到降低随机误差的目的.为此,提出两种优化方案:最大似然估计滤波优化和最小二乘估计滤波优化.

2.1 最大似然估计滤波优化

接收到的信号为

$$RSSI = 10 \lg d + A + v \quad (30)$$

(实际计算时,RSSI值均取绝对值,所以在此去掉原有的负号.)

式中: n, A 为常数, $v \sim N(0, \sigma^2)$

令

$$s = 10 \lg d + A \quad (31)$$

则(30)式可写为

$$RSSI = s + v \quad (32)$$

对 s 进行最大似然估计:

$$\begin{aligned} f(RSSI_1, \dots, RSSI_n | s) &= f(v_1, \dots, v_n) \\ &= \prod_{i=1}^n f(v_i) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp\left[-\sum_{i=1}^n \frac{v_i^2}{2\sigma^2}\right] \\ &= \prod_{i=1}^n f(v_i) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp\left[-\sum_{i=1}^n \frac{(RSSI_i - s)^2}{2\sigma^2}\right] \end{aligned} \quad (33)$$

对等式两边取自然对数:

$$\begin{aligned} L &= \ln f(RSSI_1, \dots, RSSI_n | s) \\ &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{i=1}^n \frac{(RSSI_i - s)^2}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (34)$$

等式两边对 s 求导,并令其等于零

$$\frac{dL}{ds} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{(RSSI_i - s)}{2\sigma^2} = 0 \quad (35)$$

具体结果为

$$\hat{s}_{ML} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n RSSI_i \quad (36)$$

则距离 d 的最大似然估计为

$$\hat{d}_{ML} = 10^{\frac{\hat{s}_{ML} - A}{10n}} \quad (37)$$

用此值代替原来的 d 值代入方程(1).

2.2 LS估计滤波优化

接收同一个参考节点的 n 次 RSSI 值,然后用最小二乘法($Q\theta = b$)对这 n 个信号进行最小二乘估计滤波,得出一个新的 d 值,用此 d 代替原来的 d 值代入方程(1).

3 实验数据

图3是分别用3种方法进行仿真得到的定位误差对比图.3种方法均采用相同的3个参考节点.

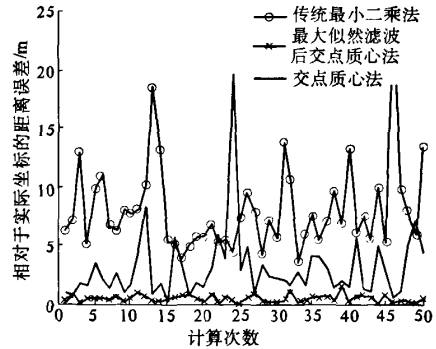


图3 参考节点个数相同时3种方法定位精度比较

Fig.3 The location accuracy comparison of three methods with the same references

由图3可看出,交点质心求解法相对于传统的LS算法,定位精确度明显提高,而滤波后的交点质心求解法的定位精度相比滤波前又大幅度提高.

图4是传统LS算法选取6个参考节点与最大似然估计滤波后交点质心求解法选取3个参考节点定位误差对比图.

由图4可以看出,即使最大似然估计滤波后的交点质心求解法选取的参考节点只有传统LS

算法的一半,定位精确度仍然比传统 LS 算法高很多。

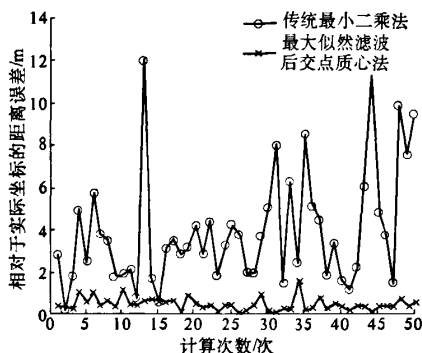


图4 参考节点个数不同时两种方法定位精度比较

Fig. 4 The location accuracy comparison of two methods with different number references

图5是分别选取3个参考坐标、6个参考坐标,且都用最大似然估计滤波后的交点质心求解法的定位误差对比图。

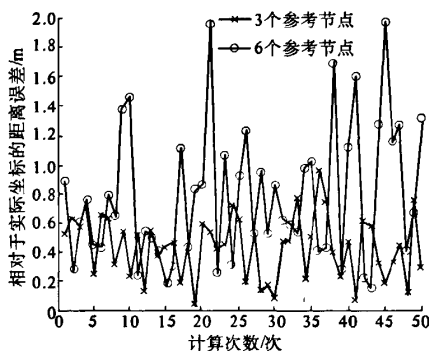


图5 同一方法不同个数参考节点定位精度比较

Fig. 5 The location accuracy comparison of one method with different references

由图5可以看出,在用最大似然估计滤波后的交点质心法计算定位坐标时,选取6个参考节点相对于选取3个参考节点并未提高定位精确度,甚至,定位精确度不如后者好。所以,实际应用时,一定要仔细选取参考节点的个数。

4 三维定位的实现

现实环境中,许多场合二维定位是达不到要求的,还要用到三维定位。而 cc2431 定位引擎只能实现二维定位,这就需要我们用软件的方法帮助实现三维定位。①参考节点在原有二维坐标 (x, y) 的前提下,加入第三个坐标 z 表示第三维,于是参考节点的坐标变为 (x, y, z) ;②找到离定位

节点距离最近的参考节点 $A(x, y, z_2)$ (假设此节点的 RSSI 值最大);③因为 A 节点的 RSSI 值最大,因此定位节点可以认为自己与 A 位于同一层,即 Z_2 层;④定位节点选取其余 2 个 RSSI 值最大且位于 Z_2 层的参考节点;⑤定位节点利用选取的 3 个参考节点的 (X, Y, RSSI) 计算出自己的坐标;⑥经过计算得出的定位节点坐标 X, Y 加上之前的 Z ,就得到了定位节点的三维坐标。

$$Q = \begin{bmatrix} \text{RSSI}_{11} & \text{RSSI}_{12} & \text{RSSI}_{13} & z_1 \\ \text{RSSI}_{21} & \text{RSSI}_{22} & \text{RSSI}_{23} & z_2 \\ \text{RSSI}_{31} & \text{RSSI}_{32} & \text{RSSI}_{33} & z_3 \end{bmatrix} \quad (38)$$

图6是在3组参考数据的情况下运行10次仿真出的实验结果。每次的 x, y 坐标为 $(0, 10)$, $(10, 0)$ 和 $(10, 10)$, z 坐标分别为 1, 2, 3, 定位节点实际坐标为 $(8, 8, 2)$ 。由图6可以看出,用上述方法进行三维定位可靠性很高。

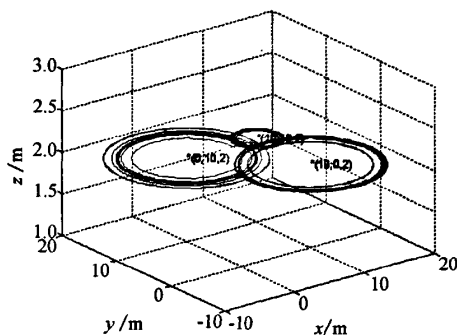


图6 三维定位

Fig. 6 Three-dimension location

5 结论

笔者提出了一种 RSSI 算法的交点质心求解法,给出了两种滤波优化方案。通过数据对比,可以看出,滤波优化后,定位精度明显提高。同时,笔者给出了一种三维定位的软件实现方式。随着定位要求越来越普遍, RSSI 定位算法一定可以得到更广泛的应用,定位精度也会随着技术的改进越来越高。

参考文献:

- [1] 吕治安. zigbee 网络原理与应用开发[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2008:53-61.
- [2] ZHAO Y, DONG L. Implementing indoor positioning system via zigbee devices[C]//IEEE,2008:1867-1869.

(下转第 59 页)

mens, plate and cylindrical double-layer specimens with two asphalt mixtures are prepared to conduct wheel tracking test and uniaxial repeated load permanent deformation test. The rut deformation behavior and mechanical characteristics are analyzed and the relationship between rut deformation and mechanical parameters is also discussed. In addition, according to numerical simulation analysis, the deformation mechanism of composite structures under the same loads was discussed. The results and analysis indicate that the deformation behaviors of the specimens with different structures are different significantly despite the same total thickness. Among those specimens, S(4/6) has the smallest deformation and corresponding mechanical parameter ϵ_p/F_n is also the smallest under the same load. The maximum shear stresses and their occurrence in different positions for different composite structures have discrepancies. The maximum shear stress of S(4/6) is smaller than other structures, which appears in the upper layer having better high temperature performance. This is the reason why the resistance to permanent deformation of S(4/6) is best among the three composite structures.

Key words: asphalt concrete; composite structure; permanent deformation; mechanical parameter

(上接第46页)

- [3] PARK W C, YOON M H. The Implementation of Indoor location system to control zigbee home network. [C]. Bexco, Busan, Korea: SICE - ICASE International Joint Conference, 2006; 2158 - 2161.
- [4] BOE J. Zigbee 定位解决方案[J]. 电子设计应用,

2008; 85 - 87

- [5] 刘学平. 无线传感器网络 RSSI 定位算法的研究与应用[D]. 西安: 西北大学计算机软件与理论学院, 2009; 19 - 25.
- [6] 熊小华, 何能通. 无线传感器网络节点定位算法的研究综述[J]. 机电工程, 2009, 26(2): 14 - 17.

A RSSI Location Algorithm Based on the Centroid of Point of Intersection and Its Optimization

ZHU Hao¹, GU Zong-hai¹, SU Jin², LIU Yan¹, ZHANG Chen¹

(1. School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. School of Information Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: To enhance the accuracy, this paper represents a new location method based on RSSI called centroid alculation of point of intersection, which gets the equations' mean through solving these equations with matrix, and the location message lies in the mean. Further more, two ways to optimize the centroid calculation are given. Compared with traditional LS algorithm, the location accuracy is highly enhanced. Finally, it gives a method to realize the three-dimension location is proposed.

Key words: RSSI; location; centroid - calculation; three-dimension location