

文章编号:1671-6833(2012)02-0019-05

## 最小误码率排序迭代优化的 SLNR 改进算法

高献坤, 崔岩, 余泳昌

(河南农业大学 机电工程学院, 河南 郑州 450002)

**摘要:**针对多用户 MIMO 系统应用 SLNR 算法时由于干扰用户增加引起的系统性能下降问题,联合考虑误码率性能和信道质量,提出一种先把部分已知的多用户干扰加入 SLNR 准则进行抑制,根据信噪比大小确定预编码矩阵的设计顺序,再利用已知的多用户干扰迭代优化后续用户预编码矩阵的 SLNR 改进算法.由于只利用发射端信道信息优化预编码矩阵,改进算法无需基站与用户协作,计算复杂度低.对比仿真结果表明,改进算法收敛速度快,在高信噪比区域,误码率性能和系统容量增益得到了显著提升.

**关键词:** MIMO; 信号泄露噪声比; 最小误码率; 迭代

**中图分类号:** TN911.22

**文献标志码:** A

**doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2012.02.005

### 0 引言

多天线的巨大复用增益使多用户 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 研究受到了普遍的重视<sup>[1-2]</sup>.多用户 MIMO 下行链路中,基站在同一频率上向多用户发射多个数据流,每个用户都受到来自其它用户的共信道干扰(CCI, Co-Channel Interference),如果没有进行有效的预处理和抑制,将引起系统性能的严重恶化<sup>[3]</sup>.实用的线性预编码方案中,信道反转<sup>[4]</sup>(Channel Inversion, CI)算法只适合于用户配有单根接收天线的场景;块对角化(Block Diagonalization, BD)算法<sup>[5-7]</sup>对系统天线有着严格的约束:要求基站端发送天线数目不小于所有移动台接收天线数之和;且没有考虑噪声的影响,会引入噪声放大问题,这些限制了它们的实际应用.Sadek等<sup>[8]</sup>定义某用户对其余所有用户的 CCI 之和为该用户的泄漏,提出将信号与泄漏、噪声之和的比值 SLNR (Signal-to-Leakage-and-Noise-Ratio) 最大化,并以此作为发送预编码矩阵的选取标准,由于 SLNR 算法把多用户 MIMO 系统分解为多个并行独立的单用户 MIMO 系统,可以不受系统天线数约束独立设计各用户的预编码矩阵,取得了更好的性能和更广泛的适用场景,但由于各用户的信道衰落

存在差别,其系统性能随干扰用户的增加而下降<sup>[9]</sup>.

笔者根据建立的多用户 MIMO 下行链路系统模型,提出一种基于最小误码率排序、连续迭代优化的 SLNR 改进算法.该算法先把已知的用户干扰加入 SLNR 准则进行抑制,在提高接收端的信干噪比的同时,初步确定各用户的初始预编码向量;联合考虑误码率性能和信道质量,根据信噪比的大小确定各用户编码矩阵的设计顺序;利用已知的用户干扰迭代优化后续用户的预编码矩阵,再按信干噪比的大小顺序对所有用户进行预编码设计,如此连续迭代以进一步提升系统性能.对比仿真结果验证了 SLNR 改进算法的有效性.

### 1 系统模型

多用户 MIMO 下行链路系统配置如图 1 所示,系统中共有一个基站,基站端配置  $N_t$  根天线,  $K$  个移动台,每个移动台配置  $M_i$  根天线,接收天线总数为  $N_r = \sum_{i=1}^K M_i$ ,  $H_i$  为从基站到第  $i$  个用户的信道矩阵,其维度为  $M_i \times N_t$ .设定  $H_i$  行满秩且互不相关,各元素均服从独立同分布的复高斯正态分布  $N_c(0, 1)$ ,假设基站端已知所有用户的信道矩阵  $\mathbf{H} = [H_1^T, H_2^T, \dots, H_K^T]^T$ ,每个

收稿日期:2011-10-20;修订日期:2012-01-07

基金项目:河南省科技创新人才计划项目(104100510008)

作者简介:高献坤(1978-),男,河南南阳人,河南农业大学讲师,博士研究生,主要从事电子信息、农业动力装备方面的研究, E-mail:gaoxiankun@163.com;通信作者:余泳昌(1955-),男,河南杞县人,河南农业大学教授,博士生导师.

用户仅仅知道自己的信道信息,未知其它用户的信道信息。

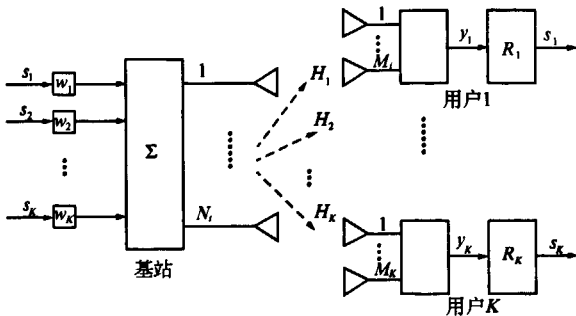


图1 MU-MIMO 下行链路系统模型

Fig.1 The downlink model for the MU-MIMO system

定义传输的数据符号向量为  $s$ , 噪声向量为  $v$  以及预编码矩阵  $w$ , 对所有的用户有

$$\begin{aligned} s &= [s(n)_1^T, s(n)_2^T, \dots, s(n)_K^T]^T; \\ v &= [v(n)_1^T, v(n)_2^T, \dots, v(n)_K^T]^T; \\ w &= [w_1, w_2, \dots, w_K]. \end{aligned}$$

式中:  $s(n)_i^T = [s_{i,1}, s_{i,2}, \dots, s_{i,L_i}]^T$  代表第  $i$  个用户的数据符号;  $v(n)_i^T = [n_{i,1}, n_{i,2}, \dots, n_{i,M_i}]^T$  以及  $w_i$  分别代表噪声向量和预编码矩阵;  $L_i$  为基站对第  $i$  个用户发送的并行数据流数目;  $s_{i,j}$  是独立的单位变量; 噪声  $n_{i,j}$  是零均值的复高斯变量, 方差为  $\sigma_i^2$ 。

第  $i$  个用户的接收信号向量为

$$y_i = H_i w_i s(n)_i + H_i \sum_{k \neq i}^K w_k s(n)_k + v(n)_i. \quad (1)$$

式中:  $H_i w_i s(n)_i$  是接收到的有效信号;  $H_i \sum_{k \neq i}^K w_k s(n)_k$  是其它用户对用户  $i$  的共信道干扰, 其匹配的接收矩阵<sup>[8]</sup> 为

$$R_i = \frac{w_i^H H_i^H}{\|H_i w_i\|_F^2}, \quad (2)$$

由式(1)可得用户  $i$  的输出信噪比 SINR 为

$$\text{SINR}_i = \frac{\|R_i H_i w_i\|_F^2}{\sum_{k \neq i}^K \|R_i H_i w_k\|_F^2 + \|R_i\|_F^2 \sigma_i^2}, \quad (3)$$

可简化为

$$\text{SINR}_i = \frac{\|H_i w_i\|_F^2}{\sum_{k \neq i}^K \|w_k^H H_i^H H_i w_k\|_F^2 + M_i \sigma_i^2}. \quad (4)$$

明显地, 式(4)分母的第一项为其它用户的干扰与期望用户信号功率的比值。一般的, 希望信

噪比 SINR 尽可能的大。

## 2 改进的 SLNR 算法

### 2.1 SLNR 准则

由式(1)知, 用户  $i$  对其它所有用户的干扰, 即泄露为  $\tilde{H}_i w_i s(n)_i$ , 其功率之和为  $\|\tilde{H}_i w_i\|_F^2$ , 根据 SLNR 准则, 信号泄露噪声比为

$$\text{SLNR}_i = \frac{\|H_i w_i\|_F^2}{\|\tilde{H}_i w_i\|_F^2 + M_i \sigma_i^2}, \quad (5)$$

求解  $N_i \times L_i$  的预编码矩阵  $w_i$

$$w_i^o = \max_{w_i \in C^{N_i \times L_i}} \frac{\|H_i w_i\|_F^2}{\|\tilde{H}_i w_i\|_F^2 + M_i \sigma_i^2}, \quad (6)$$

由矩阵论知, 式(6)是一个广义瑞利商问题<sup>[10]</sup>。对于用户  $i$ , 在只有一个数据流 ( $L_i = 1$ ) 的情况下

$$w_i^o \propto \max. \text{eigenvector} \{ (\tilde{H}_i^H \tilde{H}_i + M_i \sigma_i^2 I)^{-1} H_i^H H_i \}. \quad (7)$$

式中:  $w_i^o$  取矩阵  $\{ (\tilde{H}_i^H \tilde{H}_i + M_i \sigma_i^2 I)^{-1} H_i^H H_i \}$  最大广义特征值对应的特征向量, 满足  $\|w_i^o\|_F^2 = 1$ 。对于多个并行数据流 ( $L_i > 1$ ) 的情形, 各预编码向量之间相互正交,  $w_i^o$  取矩阵对  $\{ H_i^H H_i, \tilde{H}_i^H \tilde{H}_i + M_i \sigma_i^2 I \}$  最大的  $L_i$  个广义特征值对应的特征向量, 且要求  $w_i^o$  满足  $\|w_i^o\|_F^2 = L_i$ 。与 BD 算法类似,  $H_i w_i^o$  是采用 SLNR 准则后得到的第  $i$  个用户的等效块信道矩阵, 在不完全满足块对角化的条件下, 允许各用户之间有少量的多用户干扰存在。

### 2.2 改进的 SLNR 算法

与 BD 算法不同, SLNR 准则独立设计每个用户的预编码向量, 因此可以利用已知的前  $i-1$  个用户的预编码向量优化用户  $i$  的预编码方案。由式(3)可以得到前  $i-1$  个用户对第  $i$  个用户的干扰功率之和

$$\sigma_{\text{in},i}^2 = \sum_{k=1}^{i-1} \|R_i H_i w_k\|_F^2, \quad (8)$$

将式(2)代入式(8)展开

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_{\text{in},i}^2} &= \frac{1}{\sum_{k=1}^{i-1} \|R_i H_i w_k\|_F^2} = \frac{\|H_i w_i\|_F^4}{\sum_{k=1}^{i-1} \|w_k^H H_i^H H_i w_k\|_F^2} \\ &= \frac{\|H_i w_i\|_F^2}{\sum_{k=1}^{i-1} \|w_k^H H_i^H H_i w_k\|_F^2} \end{aligned} \quad (9)$$

与式(4)相比, 式(9)为有效信号功率与部

分干扰  $\sum_{k=1}^{i-1} \|\mathbf{w}_i^H \mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i \mathbf{w}_k\|_F^2$  的比值,增大该比值可使式(4)信干噪比 SINR 增大.在对用户  $i$  进行预编码设计时,应考虑对这部分已知的干扰加以抑制,式(6)修改为

$$\mathbf{w}_i^0 = \max_{\mathbf{w}_i \in \mathbf{C}^{N_i \times L_i}} \frac{\|\mathbf{H}_i \mathbf{w}_i\|_F^2}{\|\mathbf{H}_i \mathbf{w}_i\|_F^2 + M_i \sigma_i^2 + \sum_{k=1}^{i-1} \|\mathbf{w}_i^H \mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i \mathbf{w}_k\|_F^2} \quad (10)$$

更合理的优化准则是在最大化每一个用户有用信号功率的同时,让该用户的干扰泄露、噪声以及其它用户对该用户的干扰的总和最小.

从上边的优化顺序可以看出,第  $i$  个用户比前  $i-1$  个用户更有可能获得较大的增益,因此一种合适的用户预编码顺序可以进一步改善性能,笔者以最小平均误码率为标准确定编码顺序.下行多用户 MIMO 系统的平均误码率<sup>[11]</sup>由所有用户的误码率均值 BER 组成:

$$\text{BER} = \frac{\sum_{i=1}^K P_i}{K} \quad (11)$$

可以看出,误码率大的用户对最小化系统平均误码率的影响比较大,对应于信道质量差的用户,应让信道质量差的用户靠后进行预编码设计,以获得更大的增益,从而使系统平均误码率最小化.反之,让信道质量高的用户优先编码,称为“best-first”,信道质量用信干噪比表示.

在获得所有用户的预编码向量之后,对上述算法迭代可以进一步改善系统性能.笔者所提的 SLNR 改进算法的设计步骤如下:

step1 预编码前,所有用户的信道质量无法直接用信干噪比表示,可以用第  $i$  个用户的信道矩阵增益与噪声的比值表示,记  $q_i^0$  为第  $i$  个用户的信道质量:

$$q_i^0 = \text{tr}(\mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i) / M_i \sigma_i^2, \quad (12)$$

然后按照  $q_i^0$  从大到小的顺序对所有用户使用式(10)进行预编码设计.

step2 这是一个迭代优化的过程,根据迭代次数  $l$  重复下边的过程:在获得所有用户的预编码向量基础上,信道质量更新为式(3)的信干噪比:

$$\text{SINR}_i^l = \frac{\|\mathbf{R}_i \mathbf{H}_i \mathbf{w}_i\|_F^2}{\sum_{k=1}^K \|\mathbf{R}_i \mathbf{H}_i \mathbf{w}_k\|_F^2 + \|\mathbf{R}_i\|_F^2 \sigma_i^2} \quad (13)$$

再按照  $\text{SINR}_i^l$  从大到小的顺序对所有用户使用式(14)进行预编码设计:

$$\mathbf{w}_i^l = \max_{\mathbf{w}_i \in \mathbf{C}^{N_i \times L_i}} \frac{\|\mathbf{H}_i \mathbf{w}_i\|_F^2}{\|\mathbf{H}_i \mathbf{w}_i\|_F^2 + M_i \sigma_i^2 + \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_i^H \mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i \mathbf{w}_k\|_F^2} \quad (14)$$

明显地,步骤1和原 SLNR 准则的计算复杂度一样,随步骤2中迭代次数的增加成倍数增加.

### 3 仿真结果

仿真过程中,把笔者所提的 SLNR 改进算法简记为“Proposed”,与文献[8]中的原 SLNR 算法进行了对比.为保持一致,采用和该文献一样的仿真环境:使用 2 000 组均值为零、方差为单位值的独立分布复数高斯慢衰落信道;发射数据均采用 QPSK 调制,对每个用户的发射符号和预编码矩阵归一化为 1,即

$$E|\mathbf{s}_i|^2 = 1, E|\mathbf{w}_i|^2 = 1. \quad (15)$$

假设所有接收天线的噪声一样,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_K^2 = \sigma^2$ ,则每根接收天线上的信噪比 SNR 可定义为  $1/\sigma^2$ .发射天线数设定为  $N_t = 12$ ,用户数为  $K = 4$ ,每个用户配有 4 根接收天线  $M_i = 4$ ,对每个用户发送一个等功率的单数据流.

图2为平均误码率曲线,SLNR 改进算法相对于原 SLNR 算法在  $10^{-4}$  处迭代 0 次即可获得 0.6 dB 的增益,迭代 1 次时获得 1.2 dB 左右的增益,而迭代 10 次相对于迭代 1 次的增益增加量并不明显.

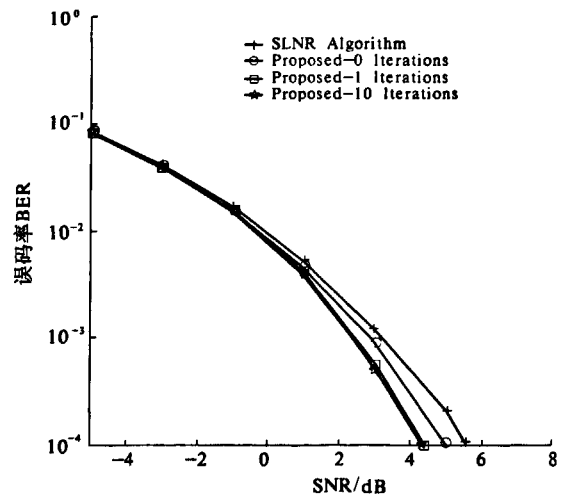


图2 误码率性能对比

Fig. 2 The comparison of BER performance

图3对比了 SLNR 改进算法和原 SLNR 算法在不同信噪比下的系统平均容量.由于以最小化系统平均误码率为标准对预编码进行了排序,系统平均容量取得了一定的提升,信噪比越大,容量

提升越明显. 在  $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$  时, 改进算法迭代 1 次的系统平均容量取得了  $1 \text{ bit/Hz}$  左右的增益, 和误码率性能的比较结果一致, 迭代 10 次的增益提升并不明显.

图 4 是系统平均容量在信噪比为  $-5 \text{ dB}$ 、 $5 \text{ dB}$  和  $15 \text{ dB}$  时的累积分布函数 CDF. SLNR 改进算法迭代 1 次, 在  $-5 \text{ dB}$  时获得了约  $0.1 \text{ bit/Hz}$

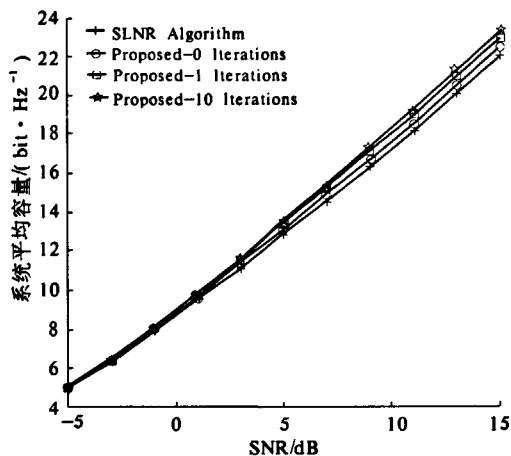


图 3 系统平均容量对比

Fig. 3 The comparison of the system average capacity

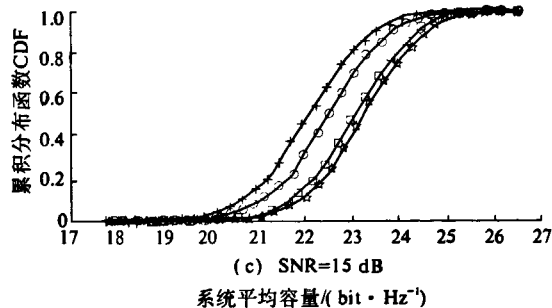
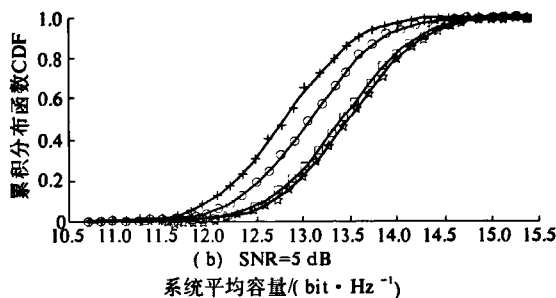
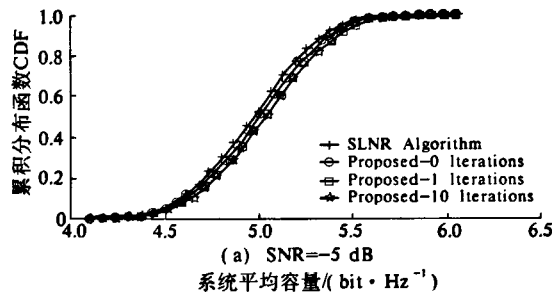


图 4 系统平均容量的累积分布函数

Fig. 4 The CDF of the system average capacity

的容量增益, 在  $5 \text{ dB}$  时约为  $0.6 \text{ bit/Hz}$ , 在  $15 \text{ dB}$  时约为  $1 \text{ bit/Hz}$ . 这是因为在低信噪比区域, 白噪声是影响系统性能的主要因素, 抑制多用户干扰的作用并不明显, 随着信噪比的增加, 抑制作用逐渐凸显出来. 也可以看出, 迭代 10 次的系统容量增益提升效果并不明显.

从以上仿真结果可以看出, SLNR 改进算法迭代 1 次就能带来显著的系统性能增益, 之后再增加迭代次数不能很有效地提升系统性能, 考虑到计算复杂度, 改进算法迭代 1 次比较合适.

#### 4 结论

联合考虑误码率性能和信道质量, 笔者提出一种基于最小误码率排序的迭代优化算法对原 SLNR 算法进行了改进. 对比仿真结果表明, 改进算法收敛速度快, 迭代 1 次时, 高信噪比区域的误码率性能和系统容量增益得到了显著的提升, 而迭代 1 次以上时, 系统性能提升效果并不明显. 改进算法只利用发射端信道信息优化预编码矩阵, 无需基站与用户协作即可完成预编码矩阵的优化, 计算复杂度低, 系统开销少, 处理延迟短, 有利于工程实现.

#### 参考文献:

- [1] CHIANI M, WIN M Z, HYUNDONG S. MIMO networks: the effects of interference [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(1): 336 - 349.
- [2] FARHAN KHALID, JOACHIM SPEIDEL. Advances in MIMO techniques for mobile communications-A survey [J]. International Journal of Communications, Network and Systems Sciences, 2010, 3(3): 213 - 252.
- [3] HARA Y, BRUNEL L, OSHIMA K. Spatial scheduling with interference cancellation in multiuser MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2008, 57(2): 893 - 904.
- [4] PEEL C B, HOCHWALD B M, SWINDELHURST A L. A vector-perturbation technique for near-capacity multiantenna multiuser communication-part I: channel inversion and regularization [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(1): 195 - 202.
- [5] SPENCER Q H, SWINDELHURST A L, HAARDT M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(2): 461 - 471.
- [6] DABBAGH A D, LOVE D J. Precoding for multiple

- antenna gaussian broadcast channels with successive zero-forcing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3837 – 3850.
- [7] PEI Xiao, SELLATHURAI M. Improved linear transmit processing for single-user and multi-user MIMO communications systems [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1768 – 1779.
- [8] SADEK M, TARIGHAT A, SAYED A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(5): 1711 – 1721.
- [9] 曹颖鸿,殷福亮,陈喆. 多用户准正交空时分组码 MIMO 系统的下行链路预编码[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(7): 1560 – 1564.
- [10] GOLUB G H, VANLOAN C F. *Matrix Computations* [M]. 3rd Edition. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996: 203 – 205.
- [11] 张金荣,王东,曹长修,等. 一种空间相关的 Nakagami-m 衰落下 MIMO-OFDM 系统误码率计算方法[J]. *郑州大学学报:工学版*, 2007, 28(2): 73 – 76.

## An Improved SLNR Pre-coding with Minimum BER Sorting and Iterative Optimizing

GAO Xian-kun, CUI Yan, YU Yong-chang

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Henan Agricultural University, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** For the co-channel interference in multi-user MIMO system, an improved SLNR (signal-to-leakage-and-noise-ratio) pre-coding scheme is proposed, to solve the problem that the system performance declines with the increase of interference user. Combining BER performance and channel quality, the proposed scheme takes firstly the known multi-user co-channel interference into SLNR maximization criterion to be suppressed, uses SNR (signal-to-noise-ratio) sort each user's pre-coding matrix, then utilizes the known multi-user co-channel interference to iterate and optimize the follow-up user's pre-coding matrix, which can further improve system performance. Without collaboration between base station and user, the proposed scheme merely utilizes the channel information at transmitter to optimize pre-coding matrix, has low complexity and faster convergence. Simulation result shows that both BER performance and system capacity gain are greatly improved compared with the original SLNR, especially in high SNR.

**Key words:** multiple-input multiple-output (MIMO); signal-to-leakage-and-noise-ratio; minimum bit error rate; iterate