

BFRP 筋混凝土双向板冲切承载力塑性分析

朱海堂, 王怡中, 李金章

(郑州大学 水利与环境学院, 河南 郑州 450001)

摘要: 基于 BFRP 筋的性能特点和混凝土结构塑性理论, 提出了 BFRP 筋的名义屈服强度概念, 确定了混凝土与 BFRP 筋的屈服条件, 建立了中置集中荷载作用下 BFRP 筋混凝土双向板的破坏机构, 应用虚功原理导出了中置集中荷载作用下 BFRP 筋混凝土双向板极限冲切承载力的塑性解计算表达式。

关键词: BFRP 筋; 双向板; 冲切承载力; 塑性解

中图分类号: TU377.9

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2012.04.001

0 引言

混凝土双向板作为港口工程中应用最为广泛的结构形式之一, 由于自重和承受的荷载较大, 板中产生巨大的冲切作用, 出现大面积裂缝从而引起钢筋锈蚀, 严重影响结构的承载能力和耐久性能。新型复合材料纤维增强聚合物筋(Fiber Reinforced Polymer Rebars, 简称 FRP 筋)具有非常好的抗腐蚀性能^[1]。以 FRP 筋代替钢筋应用于海洋等腐蚀环境中的混凝土结构中, 将使得结构具有较好的耐久性能, 降低后期维修成本。同时, FRP 筋密度较小的特点能够有效减少结构自重。因此, 研究 FRP 筋混凝土双向板的冲切性能对于港口或地下工程建设具有重要意义。

目前, 关于 FRP 筋混凝土板尤其是双向板的研究工作开展得较少^[2-7], 国内外还没有形成一个关于 FRP 筋混凝土双向板设计的相关规定。在加拿大标准协会规范 CSA S806—02^[8]中虽给出了 FRP 筋混凝土单向板受弯构件的剪切设计公式和双向板的设计建议, 但由于缺乏 FRP 筋混凝土双向板冲切性能的研究, 给出的 FRP 筋混凝土双向板的设计建议只是基于钢筋混凝土双向板的试验结果。然而, 钢筋混凝土双向板的设计主要以钢筋的屈服为设计基础, 而 FRP 筋是一种无屈服点的线弹性材料, 其弹性刚度、极限抗拉强度和粘结性能与钢筋有较大不同, 但这些参数对 FRP 筋混凝土双向板的冲切性能及其承载力有显著影

响, 因而直接采用钢筋混凝土双向板的计算方法对 FRP 筋混凝土双向板进行设计显然是不适当的。

基于此, 笔者在 BFRP(Basalt Fiber Reinforced Polymer, 简称 BFRP)筋混凝土双向板冲切性能试验研究的基础上, 对中置集中荷载作用下的 BFRP 筋混凝土双向板冲切性能进行极限承载力的塑性理论分析, 提出适合 BFRP 筋特点的 BFRP 筋混凝土双向板冲切承载力计算方法。

1 BFRP 筋混凝土双向板材料的本构关系

1.1 混凝土本构关系

假定混凝土为理想的刚塑性材料, 采用有效抗拉强度和有效抗压强度分别表示其抗拉、抗压的能力, $f'_t = v_t f_t$, $f'_c = v_c f_c$, 其中, v_t , v_c 为小于 1 的折减系数。对于普通的混凝土 $v_t = v_c = 0.35$ 。

1.2 BFRP 筋本构关系

混凝土应力—应变关系如图 1 所示, BFRP 筋应力—应变关系如图 2 所示。BFRP 筋是一种线弹性材料, 在整个受力过程中不存在屈服平台, 几乎没有发生塑性变形, 其实际的应力—应变关系如图 2(a)所示。在进行 BFRP 筋混凝土双向板冲切承载力的塑性极限分析时, 参考无屈服点钢筋的条件屈服点定义, 采用 BFRP 筋名义屈服强度 f_{fy} 来反映 BFRP 筋在混凝土板发生塑性屈服时的抗拉能力, 认为 BFRP 筋在达到名义屈服强度后其应力值不再增加, 但应变继续增大, 其简化的

收稿日期:2012-01-13; 修订日期:2012-03-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50879082)

作者简介:朱海堂(1964-), 男, 郑州大学教授, 博士, 主要从事新型建筑材料及其结构性能研究, E-mail: htzhu@zzu.edu.cn.

理想塑性应力应变关系如图 2(b) 所示. BFRP 筋名义屈服强度是对其极限抗拉强度的一个折减, $f_{ty} = \varphi \sigma_{tu}$, 其中 φ 是一个小于 1 的折减系数.

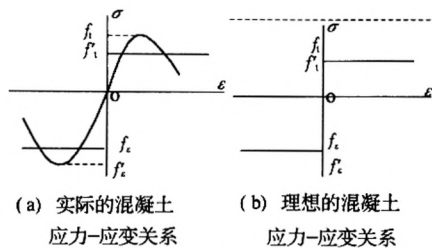


图 1 混凝土应力—应变关系

Fig. 1 Stress-strain relationship of concrete

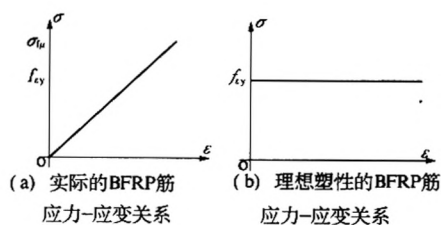


图 2 BFRP 筋应力—应变关系

Fig. 2 Stress-strain relationship of BFRP rebar

2 BFRP 筋混凝土双向板的冲切破坏机构与破坏准则

2.1 破坏机构

根据文献[6], 中置集中荷载作用下的 BFRP 筋混凝土双向板在受力之初以受弯为主, 具有一定的弯曲变形, 而在最终破坏时形成冲切锥体从板中冲出, 呈冲切破坏特征. 图 3 为试验结束后混凝土板底面的破坏形态.

根据图 3 的破坏形态, 参照文献[9], 中置集中荷载作用下的 BFRP 筋混凝土双向板的冲切破坏机构如图 4 所示. 图中, 加载边长为 d , 假设破坏面是一个以直线为母线的锥面, 破坏面是由板上部加载面边与板底部的连线, 母线与垂直方向的夹角为 β ; 假定图中 I 区和 II 区是刚性区, III 区是塑性区, 冲切破坏时 I 区与 II 区之间发生明显的相对错动, 但在最终破坏前板已经有一定的弯曲变形; θ 是冲切锥形成时板面变形的倾角, 通过对试验板的实验观察和试验结果的分析, 该角为 6° 左右[6].

2.2 破坏准则

分析采用俞茂宏的双剪统一强度理论[10], 该理论的突出特点就是采用两个主剪应力作为判断材料破坏(或屈服)的准则, 认为在任一点的应力

状态中存在 3 个主剪应力, 只要考虑其中 2 个主剪应力, 即可全面反映该点的应力状态, 可以反映材料在多轴应力状态下的强度性能. 笔者以双剪统一强度理论为依据推导轴对称条件下 BFRP 筋混凝土双向板冲切破坏时极限承载力的计算公式.



图 3 板底破坏形态

Fig. 3 Failure mode in the bottom of slab

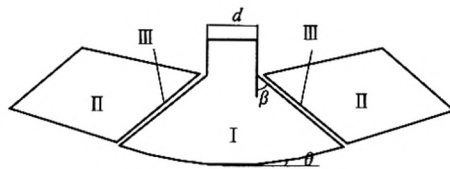


图 4 破坏机构

Fig. 4 Failure mechanism

双剪统一强度理论破坏准则的表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha \sigma_3}{1 + \alpha} \text{ 时:} \\ F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1 + b} (b \sigma_2 + \sigma_3) = f'_t, \\ \text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha \sigma_3}{1 + \alpha} \text{ 时:} \\ F' = \frac{1}{1 + b} (\sigma_1 + b \sigma_2) - \alpha \sigma_3 = f'_c, \end{array} \right. \quad (1)$$

式中: $\alpha = \frac{f'_t}{f'_c}$, f'_t 与 f'_c 分别是材料的有效抗拉、抗压强度, 对于一般的混凝土材料, 其抗拉强度远低于其抗压强度, 所以对于混凝土材料 $\alpha \leq 1$; b 是反映中间主剪应力以及相应面上的正应力对材料破坏影响程度的系数, 对于混凝土材料一般取 $\frac{1}{2} \sim$

$\frac{3}{4}$.

对于轴对称问题, 采用刚塑性模型[11], 设位移场轴对称, 则有

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E'} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right] = 0,$$

由此可得

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3). \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),可以得到在轴对称条件下的双剪统一强度理论公式为

$$\left[1 - \frac{\alpha b}{2(1+b)} \right] \sigma_1 - \frac{\alpha b}{2(1+b)} \sigma_3 = f'_t. \quad (3)$$

可以验证,当 $\sigma_1 > 0$ 时,恒满足条件(1),所以采用条件(1)作为破坏判别准则.

令 $n_1 = 1 - \frac{\alpha b}{2(1+b)}$, $n_2 = \frac{\alpha(2+b)}{2(1+b)}$, 并将 n_1 、 n_2 代入式(3)可得

$$n_1 \sigma_1 - n_2 \sigma_3 = f'_t. \quad (4)$$

3 极限应力圆包络线方程

设破坏面上一点的正应力为 σ_n , 剪应力为 τ_n , 则极限应力圆(如图5)方程为

$$H = \left(\sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 + \tau_n^2 - \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 = 0. \quad (5)$$

将式(4)代入式(5)得

$$H = \left(\sigma_n - \frac{(n_1 + n_2)\sigma_3 + f'_t}{2n_1} \right)^2 + \tau_n^2 - \left[\frac{f'_t + (n_2 - n_1)\sigma_3}{2n_1} \right]^2 = 0. \quad (6)$$

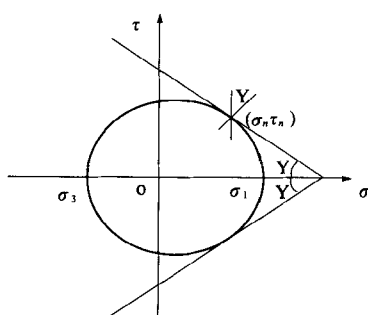


图5 极限应力圆包络线

Fig. 5 Failure envelope of ultimate stress circle

令 $\frac{\partial H}{\partial \sigma_3} = 0$ 得

$$f'_t - (n_1 + n_2)\sigma_n + 2n_2\sigma_3 = 0, \quad (7)$$

所以

$$\sigma_3 = \frac{(n_1 + n_2)\sigma_n - f'_t}{2n_2}, \quad (8)$$

或

$$\sigma_n = \frac{f'_t + 2n_2\sigma_3}{n_1 + n_2}, \quad (9)$$

将式(8)代入式(6)即得极限应力圆的包络线方程为

$$(n_1 - n_2)\sigma_n = f'_t \pm 2\sqrt{n_1 n_2} \tau_n. \quad (10)$$

将式(6)代入式(10)得

$$\tau_n = \frac{n_2[f'_t - (n_1 - n_2)\sigma_3]}{(n_1 + n_2)\sqrt{n_1 n_2}}. \quad (11)$$

$$\tan \gamma = -\frac{d\tau_n}{d\sigma_n} = \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}}.$$

4 BFRP 钢筋混凝土双向板的冲切承载力

根据虚功原理,外力所做的外功等于板冲切承载力所做的内功,而板的冲切极限承载力由混凝土和 BFRP 筋共同提供,承载力的内虚功等于混凝土所做的内功与 BFRP 筋所做的内功之和.假设混凝土板在外荷载 P 的作用下,发生大小为 u 的位移,可能的机动位移场如图6所示,其中, n 和 t 分别代表锥体母线的法线方向和切线方向; δ 为塑性区Ⅲ的初始厚度; u 为中心锥体Ⅰ在柱荷载下发生的虚位移; β 为屈服面与竖直方向位移的夹角.

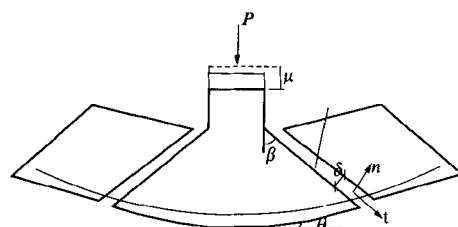


图6 冲切锥的位移场

Fig. 6 Deformation field of slab under punching shear

4.1 混凝土所作的内功

对应于位移 u 的混凝土的应变为:

$$\varepsilon_n = \frac{u \sin \beta}{\delta}, \quad (12)$$

$$\gamma_n = \frac{u \cos \beta}{\delta}, \quad (13)$$

所以: $\tan \beta = \frac{\varepsilon_n}{\gamma_n}$.

由塑性流动法则可知:

$$\frac{\varepsilon_n}{\gamma_n} = -\frac{d\tau}{d\sigma} = \tan \gamma$$

所以: $\beta = \gamma$.

混凝土的虚功为:

$$W_c = \int_A (\sigma_n \varepsilon_n + \tau_n \gamma_n) \delta dA, \quad (14)$$

式中 $dA = \pi(d + 2y \tan \beta) \frac{dy}{\cos \beta}$.

将式(9)、(11)、(12)和(13)代入式(14)可得:

$$W_c = \frac{\pi u f'_t}{2\sqrt{n(1-n)}} \left(dh_0 + \frac{(1-2n)}{2\sqrt{n(1-n)}} h_0^2 \right). \quad (15)$$

4.2 BFRP 筋所作的内功

假定在板的整个受力过程中, BFRP 筋与混凝土保持共同变形, 在混凝土板发生冲切破坏时, 与塑性区相交的 BFRP 筋达到其名义屈服强度 f_t , 则 BFRP 筋所作的内功为:

$$W_f = \sigma_f \varepsilon_f A_f \delta$$

式中: σ_f 为与混凝土塑性区相交的 BFRP 筋的应力值, 即: $\sigma_f = f_t$; ε_f 为对应于位移 u 的 BFRP 筋的应变值: $\varepsilon_f = \frac{u \sin \theta}{\delta}$; A_f 为与塑性区相交的 BFRP 筋的总的截面面积, $A_f = \pi \rho (d + 2h_0 \tan \beta) h_0$, ρ 为 BFRP 筋混凝土板的配筋率; d 是加载面的边长; h_0 是混凝土双向板的有效厚度。

由前述可知 $\tan \beta = \tan \gamma = \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}}$ 于是可得:

$$W_f = f_t \pi \rho \left(d + 2h_0 \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} \right) h_0 u \sin \theta. \quad (16)$$

4.3 BFRP 筋混凝土双向板的冲切承载力

设冲切承载力为 P , 则外力 P 所做的虚功为:

$$W = P \cdot u, \quad (17)$$

由虚功原理, 外力的虚功等于内力的虚功, 即:

$$W = W_c + W_f. \quad (18)$$

将式(15)、(16)和(17)代入式(18), 则有:

$$Pu = \frac{\pi u f'_t}{2\sqrt{n_1 n_2}} \left(dh_0 + \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} h_0^2 \right) + f_t \pi \rho \left(d + 2h_0 \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} \right) h_0 u \sin \theta. \quad (19)$$

于是, 中置集中荷载作用下 BFRP 筋混凝土双向板极限冲切承载力的表达式为:

$$P = \frac{\pi f'_t}{2\sqrt{n_1 n_2}} \left(dh_0 + \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} h_0^2 \right) + f_t \pi \rho \left(d + 2h_0 \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} \right) h_0 \sin \theta. \quad (20)$$

5 结论

(1) 根据中置集中荷载作用下 BFRP 筋混凝土双向板的冲切破坏形态及其破坏特征, 建立了基于塑性理论分析的中置集中荷载作用下 BFRP 筋混凝土双向板的破坏机构, 提出了相应的破坏准则; 结合 BFRP 筋材料的性能特点, 采用 BFRP 筋名义屈服强度, 提出了基于塑性理论分析的中置集中荷载作用下 BFRP 筋混凝土双向板极限冲

切承载力的计算表达式。

(2) 所提出的 BFRP 筋混凝土双向板极限冲切承载力的塑性解计算表达式中的系数 n_1 、 n_2 等系数受到 α 、 b 等取值的影响, 系数 θ 的取值对分析计算结果也将具有显著影响。由于 BFRP 筋混凝土双向板的冲切性能试验研究还很少, 而系数 α 、 b 、 θ 的取值受到 BFRP 筋混凝土双向板的原材料特征参数、截面尺寸、板中配筋以及所采用的破坏准则等多方面的影响, 尚需更为深入的试验研究和更为系统的理论分析才能确定。

参考文献:

- [1] 高丹盈, 李趁趁, 朱海堂. 纤维增强塑料筋的性能与发展[J]. 纤维复合材料, 2002, 20(4): 37-40.
- [2] MATTHYS S, TAERWE L. Concrete slabs reinforced with FRP grids. II: Punching resistance[J]. Journal of Composites for Construction, 2000, 4(3): 154-161.
- [3] GAMAL S, SALAKAWY E F, BENMOKRANE B. A new punching shear equation for two-way concrete slabs reinforced with FRP bars [C]// International Symposium on Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Reinforcement for Concrete Structures. Kansas, 2005, 2: 877-893.
- [4] THEODORAKAPOULOS D D, SWAMY N. Analytical model to predict punching shear strength of FRP-reinforced concrete flat slabs[J]. ACI Structural Journal, 2007, 104(3): 257-266.
- [5] OSPINA C E, ALEXANDER S D B, ROGER C J J. Punching of two-way concrete slabs with fiber-reinforced polymer reinforcing bars or grids [J]. ACI Structural Journal, 2003, 100(5): 589-598.
- [6] 肖志龙. 中置集中荷载作用下 FRP 筋混凝土双向板冲切性能研究[D]. 郑州大学水利与环境学院, 2010.
- [7] 张亚坤. 偏置荷载下 FRP 筋砼双向板冲切性能研究[D]. 郑州大学水利与环境学院, 2010.
- [8] CSA. S806-02: Design and construction of building components with fibre-reinforced polymers [S]. Mississauga, Canada: Canadian Standards Association; 2002.
- [9] 林旭健, 郑作樵, 钱在兹. 混凝土弯冲板的破坏机构与极限强度[J]. 工程力学, 2003, 20(1): 58-62, 75.
- [10] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [11] 严宗达. 用双剪强度理论解混凝土板冲切的轴对称问题[J]. 工程力学, 1996, 13(1): 1-7.

(下转第 27 页)

究[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2002, 30 (12): 1468 - 1471.

[7] 王卫. 嵌岩桩承载力竖向抗压静载试验测定[J]. 徐州工程学院:自然科学版, 2011(1): 55 - 57.

Research on Creep Performance for High Modulus Asphalt Concrete

ZHOU Qing-hua¹, SHA Ai-min²

(1. Department of Highway Engineering, Shan'xi College of Communications Technology, Xi'an 710021, China; 2. College of Highway Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: The creep stiffness modulus of the high modulus asphalt concrete was tested through uniaxial compression creep test and low temperature bending creep test. Based on the test data, the influence laws of material composition to creep performance of high modulus asphalt concrete were analyzed. The results showed that low grade bitumen and additives could enhance the creep stiffness modulus significantly, reduce the instantaneous deformation and the speed of viscoelastic deformation, but the relaxation ability to flexural stress in low temperature also decreased.

Key words: road engineering; high modulus asphalt concrete; creep performance; stiffness modulus

(上接第4页)

Plastic Analysis on Punching Shear Capacity of Two-way BFRP Rebar Reinforced Concrete Slabs under Central Concentrated Load

ZHU Hai-tang, WANG Yi-zhong, LI Jin-zhang

(School of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Based on the material character of BFRP rebar and the plastic method for concrete structure, the concept on nominal yield strength of BFRP rebar was proposed, the yield condition of concrete and BFRP rebar were determined, and the failure mechanics of two-way BFRP rebar reinforced concrete slabs under central concentrated load was established. The calculating expression on plastic solution of ultimate punching capacity for two-way BFRP rebar reinforced concrete slabs under central concentrated load was deduced using the virtual work principle.

Key words: BFRP rebar; two-way slab; punching shear capacity; plastic solution