

文章编号:1671-6833(2013)02-0084-05

T 形截面钢压杆整体稳定计算的折算长细比法

熊晓莉

(河南工业大学 土木建筑学院,河南 郑州 450001)

摘 要: T 形截面轴心压杆绕其对称轴发生弯扭屈曲. 当压力作用于截面的剪切中心时, T 形截面压杆仅发生弯曲屈曲或扭转屈曲. 尽管 T 形截面压杆绕对称轴屈曲时, 剪切中心加载时的屈曲荷载大于轴心加载时的屈曲荷载, 但若其具有初弯曲、初偏心及残余应力等缺陷, 当压力由形心移至剪切中心时, 压杆的整体稳定设计承载能力将会降低. 提出了一种 T 形截面压杆设计计算的新方法——折算长细比法, 并将该方法与陈绍蕃提出的计算方法、现行规范中的计算方法以及有限元法进行对比后指出新方法合理、简捷, 值得推广应用.

关键词: T 形截面压杆; 整体稳定; 弯扭屈曲; 折算长细比; 非线性分析

中图分类号: TU318, TU311.2 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2013.02.022

0 引言

按照弹性稳定理论, T 形截面压杆与其他单轴对称截面一样, 当压力作用在截面形心时, 构件绕其对称轴发生弯扭屈曲. 而当压力作用在截面的剪切中心时, T 形截面压杆绕其对称轴发生弯曲屈曲或扭转屈曲. 自从上世纪六十年代开始, 这一特点就逐渐广泛地被国内外研究人员所认识^[1-4]. 在 2004 年和 2007 年, 陈绍蕃^[1-2]提出了下述观点: T 形截面压杆具有如下特性, 即当压力由截面形心移至剪切中心时, 其绕对称轴失稳时的承载能力将得到提高. 然而, 文献[5]进行 ANSYS 有限元分析后证明该结论不正确.

笔者从以下两方面进行研究: 一方面, 以我国《钢结构设计规范》(GB50017—2003)^[6]的设计方法为基础, 提出计算 T 形截面压杆设计承载力的新方法——折算长细比法, 该方法与文献[1]中的方法和规范中的方法均有所不同; 另一方面, 既然 T 形截面压杆的设计承载力也能通过 ANSYS 有限元分析获得, 笔者将对比新方法、文献[1]方法和规范方法的计算结果, 证明新方法的合理性.

1 T 形截面压杆的屈曲临界力

由弹性稳定理论可知, 忽略对称轴平面内的失稳, 如图 1 所示的 T 形截面的两端铰支轴心压杆绕其对称轴 y 轴发生弯扭屈曲, 其屈曲临界力 P_{yz} 可由下式获得^[1-4]

$$(P_{Ey} - P_{yz})(P_z - P_{yz}) - (e_0/i_0)^2 P_{yz}^2 = 0 \quad (1)$$

式中: i_0 为截面对剪心 S 的极回转半径, $i_0^2 = e_0^2 + i_x^2 + i_y^2$; e_0 为截面形心至剪心的距离; i_x , i_y 为截面绕 x 轴, y 轴的回转半径; P_{Ey} 为欧拉临界力, $P_{Ey} = \pi^2 EI_y / l^2$; I_y 为截面绕 y 轴的惯性矩; E 为材料的弹性模量; l 为杆件的计算长度; P_z 为轴心压杆的扭转屈曲临界力, $P_z = GI_t / i_0^2$; I_t 为截面抗扭惯性矩; G 为材料的剪切模量.

由式(1)可知, P_{yz} 与 P_{Ey} 和 P_z 有关, 且比二者中的任何一个都小. 这表明剪心偏离形心导致压杆的临界荷载降低.

另一方面, 压力作用于剪切中心的 T 形截面压杆绕对称轴 y 轴屈曲时弯曲变形与扭转变形不再耦合^[1-4], 屈曲临界力有两个, 一个为绕对称轴 y 轴屈曲时的欧拉临界力 P_{Ey} ; 另一个为扭转屈曲临界力, 由下式给出:

$$P_{zz} = P_z \cdot i_0^2 / (i_0^2 + 2\beta_y e_0), \quad (2)$$

收稿日期: 2012-10-03; 修订日期: 2012-12-28

基金项目: “十二五”农村领域国家科技计划资助项目(2011BAD03B00); 郑州市科技发展计划资助项目(2010GYXM490).

作者简介: 熊晓莉(1981-), 女, 河南信阳人, 河南工业大学讲师, 博士, 主要从事结构稳定理论研究, Email: x_shanley@sina.com.

式中: β_y 为单轴对称截面的几何特性

$$\beta_y = \frac{1}{2I_x} \int_A y(x^2 + y^2) dA - e_0, \quad (3)$$

式中: I_x 为截面绕 x 轴的惯性矩; A 为截面面积; x, y 为截面上任一点在形心主坐标系(如图1)中的坐标。

由于 e_0 与 β_y 总是异号,根据式(2)和式(3)可知, P_u 总是比 P_x 大,并且常比 P_{Ey} 大。

如果压力作用点在截面形心与弯心之间的区域内,临界荷载 P_{yz} 由下式获得

$$(P_{Ey} - P_{yz})[i_0^2 P_x - (i_0^2 + 2\beta_y e_y) P_{yz}] - (e_0 - e_y)^2 P_{yz}^2 = 0 \quad (4)$$

式中: e_y 为荷载的偏心距。

图2中的曲线I即为当压力由形心移至弯心的过程中,理想T形截面压杆的临界力变化曲线。

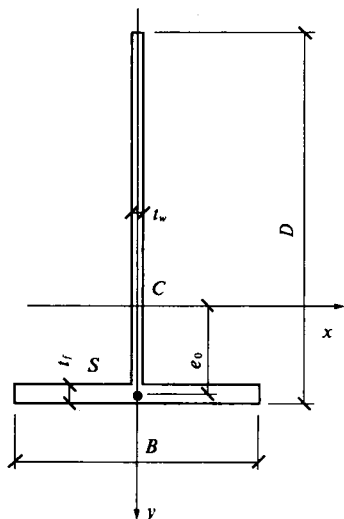


图1 T形截面(T D × B × t_w × t_f)

Fig.1 T-section(T D × B × t_w × t_f)

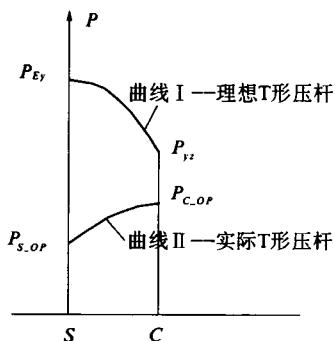


图2 临界力变化曲线

Fig.2 Variation of critical load

2 T形截面压杆设计计算的折算长细比法

T形截面压杆的临界荷载一般是针对弹性构

件而言的.实际上,长细比 $\lambda_y = 60$ 的 T 形截面压杆绕对称轴 y 轴通常在弹塑性阶段发生失稳,其稳定设计承载力能通过折算长细比方法获得,该方法的实用计算公式是基于现行国家 GB 50017—2003《钢结构设计规范》^[6] 提出的。

根据前述的屈曲分析内容,能获得压杆的屈曲临界力 P_{cr} . 对于轴心压杆而言,绕对称轴屈曲时的临界力 $P_{cr} = P_{yz}$. 对剪力加载的压杆而言,平面外屈曲临界力 $P_{cr} = \min(P_{Ey}, P_{yz})$, 平面内屈曲临界力 $P_{cr} = P_{Ex}$, 其中: P_{Ex} 为绕非对称轴 x 轴的欧拉临界力. 对一般的偏心加载压杆而言,平面外屈曲临界力 $P_{cr} = P_{yz}$, 平面内屈曲临界力 $P_{cr} = P_{Ex}$.

可借助折算长细比的概念将弯扭屈曲问题转化为弯曲屈曲问题,折算长细比

$$\lambda_{eff} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}}, \quad (5)$$

式中: σ_{cr} 为 T 形截面压杆横截面上的屈曲应力, $\sigma_{cr} = P_{cr}/A_c$, A_c 为偏心压杆的等效截面面积, A_c 可由下式获得

$$A_c = P/\sigma_n, \quad (6)$$

式中: σ_n 为压力 P 作用点处截面上的一阶应力。

根据现行钢结构规范中轴心压杆的正则化长细比公式, T 形截面压杆的正则化长细比公式如下

$$\lambda_n = \frac{\lambda_{eff}}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}, \quad (7)$$

式中: f_y 为材料的屈服强度。

由规范中的柱子曲线(即 $\varphi - \lambda$ 曲线, φ 为稳定系数, λ 为长细比)可知, T 形截面压杆的柱子曲线表达式如下:

若 $\lambda_n \leq 0.215$, 曲线 a 的稳定系数

$$\varphi = 1 - [0.41 + 0.39(A/A_c - 1)] \lambda_n^2, \quad (8)$$

曲线 b 的稳定系数

$$\varphi = 1 - [0.65 + 0.57(A/A_c - 1)] \lambda_n^2, \quad (9)$$

曲线 c 的稳定系数

$$\varphi = 1 - [0.73 + 0.66(A/A_c - 1)] \lambda_n^2; \quad (10)$$

若 $\lambda_n > 0.215$, 稳定系数

$$\varphi = \frac{1}{2\lambda_n^2} \left[\left(1 + \frac{A}{A_c} \varepsilon_0 + \lambda_n^2 \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{A}{A_c} \varepsilon_0 + \lambda_n^2 \right)^2 - 4\lambda_n^2} \right], \quad (11)$$

式中: ε_0 为等效偏心率,其表达式如下

曲线 a, $\varepsilon_0 = 0.152\lambda_n - 0.014$,

曲线 b, $\varepsilon_0 = 0.300\lambda_n - 0.035$,

曲线 c, 当 $0.215 < \lambda_n \leq 1.05$ 时, $\varepsilon_0 = 0.595\lambda_n - 0.094$; 当 $\lambda_n > 1.05$ 时, $\varepsilon_0 = 0.302\lambda_n + 0.216$.

T 形截面压杆的设计承载力

$$P = A_c \varphi f, \quad (12)$$

式中: f 为材料屈服强度的设计值, $f = f_y / \gamma_R$.

若不计 T 形截面压杆绕非对称轴的失稳, 压力产生的弯矩作用在对称轴平面内的两端铰支 T 形截面压杆的设计承载力可由上述式 (5) ~ 式 (12) 计算获得. 该方法对 T 形截面压杆稳定承载力的计算具有普适性, 适用于轴心受压、剪心受压以及压力作用于截面轴心与剪心之间的任何情况. 表 1 中列出了 T 形截面钢压杆 (钢材屈服强度 $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$, 弹性模量 $E = 206\,000 \text{ N/mm}^2$, 剪切模量 $G = 79\,000 \text{ N/mm}^2$) 设计承载力的计算结果.

3 文献[1]中 T 形截面压杆的设计方法

文献[1]中, 剪心加载的 T 形截面压杆设计承载力

$$P_y = A \varphi_y f, \quad (13)$$

式中: φ_y 为相应于长细比 λ_y 的稳定系数.

对轴心受压构件而言, 借助换算长细比将弯扭屈曲问题转化为弯曲问题进行计算

$$\lambda_{yz} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\lambda_y^2 + \lambda_z^2) + \sqrt{(\lambda_y^2 + \lambda_z^2)^2 - 4 \left(1 - \frac{e_0^2}{i_0^2} \right) \lambda_y^2 \lambda_z^2} \right] \quad (14)$$

式中: λ_z 为扭转屈曲时的换算长细比, $\lambda_z^2 = 25.7 A i_0^2 / I_z$.

轴心受压时的设计承载力

$$P_c = A \varphi_{yz} f, \quad (15)$$

式中: φ_{yz} 为相应于长细比 λ_{yz} 的稳定系数.

按照式 (13), (14) 和 (15), T 形截面压杆设计承载力的计算结果详见表 1.

4 规范中的 T 形截面压杆设计方法

规范 GB50017—2003 中, 轴心压杆设计承载力可由式 (14) 和式 (15) 获得.

对偏心压杆而言, 设计承载力可由规范中的一系列公式获得. 平面外稳定承载力可根据下式计算

$$\frac{P}{\varphi_{yz} A} + \frac{M_x}{\varphi_b W_{1x}} \leq f, \quad (16)$$

式中: M_x 为荷载偏心引起的绕非对称轴 x 轴的弯矩; W_{1x} 为截面最外边缘纤维处的抗弯模量; φ_b 为

杆件纯弯曲时的稳定系数, 对 T 形截面压杆而言, 当 $\lambda_y \leq 120 \sqrt{235/f_y}$ 时,

$$\varphi_b = 1 - 0.002 2 \lambda_y \sqrt{f_y/235}. \quad (17)$$

平面内的稳定承载力可由下式计算

$$\frac{P}{\varphi_x A} + \frac{M_x}{\gamma_{x1} W_{1x} (1 - 0.8 P/P'_{Ex})} \leq f, \quad (18)$$

式中: φ_x 为弯矩作用平面内的轴心受压构件稳定系数; γ_{x1} 为截面塑性发展系数, 对于 T 形截面受压翼缘而言, 取 1.05; P'_{Ex} 为参数, $P'_{Ex} = \pi^2 EA / (1.1 \lambda_x^2)$.

表 1 中列出了公式 (16), (17) 和 (18) 的计算结果.

5 T 形截面压杆弯扭屈曲的 ANSYS 分析

使用通用有限元程序 ANSYS 建立两端铰支的 T 形截面压杆的有限元模型, 并对其非线性分析获得设计承载力, 钢材的屈服强度取 235 N/mm^2 , 分析采用 Von Mises 屈服准则.

选取 SHELL181 单元, 该单元为适用于线性、大转动和大应变分析的四节点单元^[7-8].

对材料属性的定义分为线性和非线性两部分. 线性部分是在线性静力分析阶段之前进行定义的. 定义杨氏弹性模量 $E = 206\,000 \text{ N/mm}^2$, 泊松比 $\nu = 0.3$. 非线性部分在非线性阶段定义, 相应的应力应变关系曲线如图 3 所示.

建立几何模型. 为正确模拟实际情况中构件两端的铰支约束, 需要将构件两端部单元的弹性模量 E 修改为较大值.

定义边界条件, 施加荷载, 设定分析类型, 选择静力分析, 激活预应力开关后求解, 然后, 重新进入求解器, 指定分析类型为特征值屈曲分析并求解, 获得屈曲荷载和屈曲模态.

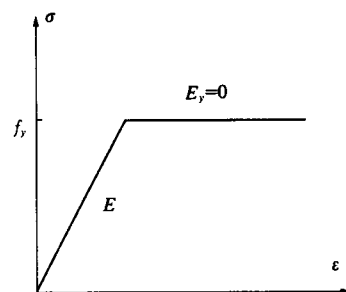


图 3 应力—应变曲线

Fig. 3 Stress-strain curve

引入模型缺陷, 如初始变形和如图 4 所示初始应力, 定义材料的非线性, 重新加载 (加载大小约为屈曲荷载的 50% ~ 80%), 设定分析类型为

静力分析,打开大变形开关,选择弧长法,设置收敛准则,设置子步数,求解并获得非线性屈曲荷载.

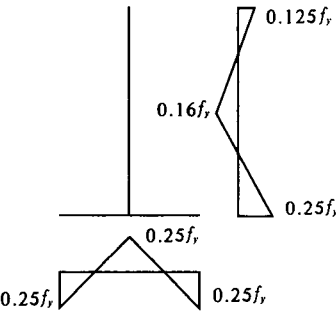


图 4 初始应力分布
Fig. 4 Distribution of initial stress

为证明新方法的正确性,表 1 中列出了一些 T 形截面钢压杆基于 ANSYS 的非线性分析结果.图 2 中的曲线 II 即为当压力由截面形心移至剪心时的设计承载力的变化曲线.

6 折算长细比法、文献[1]方法、规范方法与 ANSYS 的计算结果对比

在文献[1]和文献[5]中,对压力作用在剪心、形心和形心与剪心之间的 M 点(CS 中点)时 T 形截面压杆的承载力大小进行了对比.表 1 中列出了对 T248×199×9×14 和 T298×199×10×15 压杆分别按照新方法(折算长细比法)、文献[1]方法、规范方法、ANSYS 方法的计算结果.

表 1 压力作用在不同位置时 T 形截面压杆承载力计算结果对比
Tab. 1 Comparison of T-strut capacity subject to loading at different positions

计算方法	截面型号 $D \times B \times t_w \times t_f$ /mm	长细比		加载位置/kN					承载力提高幅度		
		λ_y	λ_z	剪切中心		形心		M 点		/%	
				$P_{S\ OP}$	$P_{S\ IP}$	$P_{C\ OP}$	$P_{M\ OP}$	$P_{M\ IP}$	剪切中心	M 点	
新方法	248 × 199 × 9 × 14	100	57.1	434	599	522	509	707	-16.8	-2.5	
		60	34.3	578	672	706	685	795	-18.1	-3.0	
	298 × 199 × 10 × 15	100	43.7	488	722	571	556	873	-14.4	-2.6	
		60	26.2	643	774	747	719	940	-13.9	-3.7	
文献[1]	248 × 199 × 9 × 14	100	57.1	591	599	522	574	707	13.2	10.0	
		60	34.3	860	672	706	818	795	-4.8	12.6	
	298 × 199 × 10 × 15	100	43.7	703	722	571	669	873	23.1	17.2	
		60	26.2	1 022	774	747	940	940	3.6	25.8	
规范	248 × 199 × 9 × 14	100	57.1	400	599	522	453	707	-23.4	-13.2	
		60	34.3	514	672	706	595	795	-27.2	-15.7	
	298 × 199 × 10 × 15	100	43.7	426	722	571	488	873	-25.4	-14.5	
		60	26.2	534	774	747	623	940	-28.5	-16.6	
ANSYS	248 × 199 × 9 × 14	100	57.1	521	—	644	600	—	-19.1	-6.8	
		60	34.3	676	—	942	813	—	-28.2	-13.7	
	298 × 199 × 10 × 15	100	43.7	604	—	722	701	—	-16.3	-2.9	
		60	26.2	776	—	1 051	948	—	-26.2	-9.8	

注: $P_{S\ OP}$ 和 $P_{S\ IP}$ 为压力作用于截面弯心时 T 形截面压杆平面外和平面内稳定承载力; $P_{C\ OP}$ 为压力作用于截面形心时 T 形截面压杆绕对称轴失稳时的稳定承载力; $P_{M\ OP}$ 和 $P_{M\ IP}$ 为压力作用于 M 点(CS 中点)时 T 形截面压杆平面外和平面内稳定承载力.

文献[1]中数据表明,当压力由形心移至弯心或 M 点时,构件的承载力将有所提高.文献[1]按照其中提出的计算方法,在计入截面弯角部分面积的条件下得到了 T 形截面钢压杆的稳定承载力.为了将其与笔者提出的折算长细比法、规范方法和 ANSYS 的计算结果(均未计入截面弯角部分面积)进行比较,表 1 中所列出的文献[1]中数据为按照其提出的计算方法,在不计入截面弯角部分面积的条件下得到的计算结果.因此,与文献[1]中的原数据略有不同,但差别不大.

由于 ANSYS 模型更贴近实际情况,而新方法和规范中的计算公式均偏于安全,ANSYS 的计算结果大于新方法和规范的计算结果.并且,新方法的计算结果与 ANSYS 的计算结果更为贴近.新方法、规范方法以及 ANSYS 方法中的计算结果均表明:荷载的偏心将导致压杆承载力的下降.

由表 1 中的数据可知,文献[1]中的计算方法有误,原因是:按照式(13)计算剪心加载的 T 形截面压杆的设计承载力是不合理的,该式仅适用于双轴对称截面和极对称截面压杆承载力的计

算.因而,在桁架设计中,不能按照文献[1]的建议将压力作用线由 T 形截面压杆的形心轴移至剪心轴.

虽然 ANSYS 的非线性分析结果更接近实际,但由于有限元模型的建立过于复杂而不便于应用.因此,基于上述 4 种方法的对比分析结果,建议对 T 形截面压杆进行稳定承载力计算时采用折算长细比法.

7 结论

在弹性阶段,无缺陷的 T 形截面压杆绕其对称轴屈曲时,当压力由截面剪切中心移至形心时,其屈曲荷载将会降低.然而,在弹塑性阶段,有初弯扭、初偏心及残余应力等初始缺陷的 T 形截面压杆绕其对称轴屈曲时,当压力由截面剪切中心移至形心时,其屈曲荷载将会提高.

介绍了 4 种计算 T 形截面压杆设计承载力的方法,特别提出了一种新方法——折算长细比法,并将该方法与陈绍蕃提出的计算方法、规范中的计算方法以及有限元法进行对比后指出新方法合理、简捷,值得推广应用.

参考文献:

- [1] CHEN Shao-fan. Buckling of T-strut subject to compressive force on its shear center[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2007, 63(3): 332 - 336.
- [2] 陈绍蕃. 剖分 T 型钢压杆的屈曲性能和应用[J]. 建筑钢结构进展, 2005, 7(4): 1 - 5.
- [3] TIMOSHENKO S P, GERE J M. Theory of elastic stability [M]. New York: McGraw - Hill, 1961.
- [4] CHEN W F, Atsuta T. Theory of Beam Columns [M]. New York: McGraw - Hill, 1977.
- [5] XIONG Xiao-li, JIN Lin-bin, WANG Hui. Design capacity of T-strut subject to compressive force[J]. Advanced Material Research, 2011, (163/167): 550 - 556.
- [6] 中华人民共和国建设部. GB 50017—2003 钢结构设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2004.
- [7] ANSYS Inc. ANSYS Release 9.0 Documentation [CP]. USA, 2004.
- [8] 彭晓彤, 陈绍蕃, 顾强. 剖分 T 型钢压杆的弯扭屈曲试验研究 [J]. 建筑结构学报, 2004, 25(2): 44 - 48.

Equivalent Slenderness Ratio Method for the Stability Calculation of T-Struts

XIONG Xiao-li

(Civil Engineering and Architecture Department, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: T-struts subject to centroid compression buckle flexural-torsionally about their axis of symmetry. When the force is applied at the shear center of the section, T-struts buckle either flexurally or torsionally without coupling of flexure with twisting. Although the buckling load about the symmetry-axis of shear center loading is greater than that of centroid loading, the design capacity of T-struts with defect such as fabrication error, load eccentricity and residual stress decrease by shifting the working line of a T-section compression chord to the shear center. This article presents the equivalent slenderness ratio method, a new method for the design of T-struts subject to compressive force, introduces another three methods including the one presented by Chen Shaofan, the one in code and the one in ANSYS, contrasts the calculation results of those four methods and recommends the implementation of equivalent slenderness ratio method in the design of T-struts subject to compressive force.

Key words: T-strut; overall stability; flexural-torsional buckling; equivalent slenderness ratio; nonlinear analysis