

文章编号:1671-6833(2013)04-0028-04

# 基于线弹性断裂力学的 FRP-混凝土界面剥离分析

琚宏昌, 张贝宜

(广西工学院 土木建筑工程系, 广西 柳州 545006)

**摘要:** 为了研究 FRP 加固混凝土梁的剥离问题, 采用能量释放率法和 J 积分方法, 建立分析 FRP-混凝土界面损伤破坏的分析模型, 并提出描述 FRP-混凝土界面剥离过程的平衡路径算法. 通过单向剪切试验、端部剥离试验、FRP 加固梁试件 3 个实例验证, 证明平衡路径算法及分析模型可以预测 FRP-混凝土界面剥离.

**关键词:** FRP; 裂缝扩展; 剥离; J 积分; 断裂力学

**中图分类号:** TU313

**文献标志码:** A

**doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2013.04.007

## 0 引言

纤维复合材料(FRP)已经成为加固混凝土结构的常用方法之一. 其中 FRP-混凝土界面的力学性能在提供有效应力转移方面起着至关重要的作用, 大多数 FRP 加固混凝土梁的破坏是由 FRP-混凝土间的界面剥离开始的. 通常, 剥离机制产生单元脆性的突然破坏, 这种破坏特性为开发定量分析及其分析的工具带来困难. 主要有两种分析 FRP-混凝土梁界面破坏的断裂力学模型, 一种是内聚区模型<sup>[1]</sup>, 一种是基于线弹性断裂力学(LEFM)方法的裂缝扩展模型<sup>[2-3]</sup>. 在线弹性断裂力学(LEFM)模型中, 给定裂缝长度及弹性能量释放率(ERR). 采用 Griffith 准则, 将 ERR 与相关材料或界面的断裂能量进行比较, 进而确定界面裂缝扩展的趋势. 用不同缝长不断重复该过程, 从而模拟出整个界面的剥离过程. 多种 FRP-混凝土梁的 LEFM 剥离分析的不同点在于分析和计算的工具有不同<sup>[4-7]</sup>. 笔者基于 LEFM 分析模型及剥离过程模拟算法, 对单向剪切试件、端部剥离模拟、FRP 加固简支梁试件进行了数值分析.

## 1 控制方程

文献[8]详细推导了 FRP 加固混凝土梁的控制方程, 为了完整性, 笔者简要罗列如下.

### 1.1 平衡方程

取图 1 所示的 FRP 加固混凝土梁的无穷小隔离体建立平衡方程(见图 1).

$$\left\{\begin{aligned}\frac{dN_c(x)}{dx} &= b_p \tau(x); \\ \frac{dM_c(x)}{dx} &= Q_c - b_p \tau(x) \frac{h_c + h_0}{2}; \\ \frac{dQ_c(x)}{dx} &= b_p \sigma(x); \frac{dN_p(x)}{dx} = -b_p \tau(x); \\ \frac{dM_p(x)}{dx} &= Q_p - b_p \tau(x) \frac{h_p + h_0}{2}; \\ \frac{dQ_p(x)}{dx} &= -b_p \sigma(x); N_p + N_c = N_T; \\ Q_p + Q_c &= Q_T, M_p + M_c + \frac{h_p + h_c + 2h_0}{2} = M_T.\end{aligned}\right. \quad (1)$$

式中:  $N_i, Q_i, M_i (i=c, p)$  分别为水平轴力, 垂直剪力和力偶;  $\tau(x)$  和  $\sigma(x)$  分别为界面切应力和正应力;  $N_T, Q_T$  和  $M_T$  是隔离体所受的平衡力.

### 1.2 本构关系

在 FRP 加固混凝土梁或板中, 界面正应力对 FRP-混凝土界面剥离作用非常小<sup>[9]</sup>. 据此, 笔者忽略 FRP-混凝土界面正应力的作用, 混凝土梁中部裂缝引起的剥离破坏可作为 II 型断裂模式.

界面的本构方程可表示为

$$\tau = f(\delta). \quad (2)$$

式中:  $\delta$  为 FRP 与混凝土梁之间的相对位移.

$$\delta = u_p - u_c. \quad (3)$$

收稿日期: 2013-03-10; 修订日期: 2013-05-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51168006); 广西科技厅项目(2011GXNSFA018024); 广西教育厅项目(200911MS115, 201010LX215); 广西柳州市应用技术与开发计划项目(2010020603).

作者简介: 琚宏昌(1965-), 男, 广西工学院副教授, 博士, 主要从事工程力学及混凝土材料方面的研究, E-mail: qhc410603@126.com.

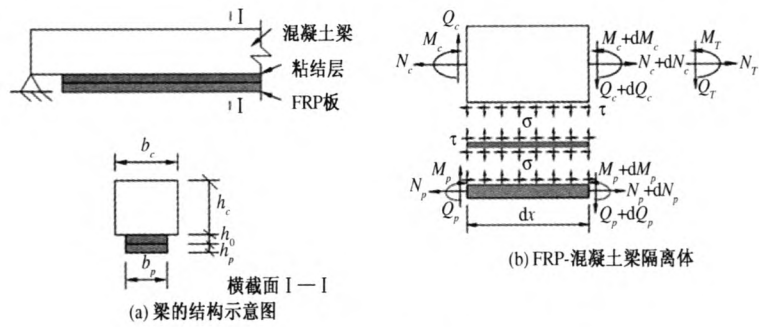


图 1 FRP-混凝土粘结面理想化模型

Fig.1 Idealized model for FRP-concrete bonded joint

则 FRP 板及混凝土梁的本构方程可表述为

$$N_i = C_i \frac{du_i(x)}{dx}; M_i = -D_i \frac{dw_i^2(x)}{dx^2}. \tag{4}$$

式中:  $u_i$  和  $w_i$  分别为轴向位移和垂直位移;  $C_i$  和  $D_i$  分别为梁的轴向和弯曲刚度, 并且  $C_i = E_i b_i h_i$ ,  $D_i = E_i I_i$ , 其中,  $b_i, h_i$  和  $I_i$  分别为梁  $i$  ( $i = C, P$ ) 的宽度、高度和惯性矩,  $E_i$  ( $i = C, P$ ) 分别为板和混凝土的弹性模量.

1.3 界面相容性条件

假设 FRP 板和混凝土梁发生弯曲的曲率相同<sup>[10]</sup>, 即

$$\frac{d^2 w_c(x)}{dx^2} = \frac{d^2 w_p(x)}{dx^2}. \tag{5}$$

考虑粘结层的影响, 界面水平位移相容性条件可表示为

$$\delta = \left( u_c(x) + \frac{h_c}{2} \left( -\frac{dw_c(x)}{dx} \right) \right) - \left( u_p(x) - \frac{h_p}{2} \left( -\frac{dw_p(x)}{dx} \right) \right) + \frac{h_0}{G_0} \tau(x). \tag{6}$$

式中:  $G_0$  和  $h_0$  分别为粘结层的剪切模量和厚度.

1.4 控制方程

将方程(4)和(1)代入方程(5)得

$$\frac{d^2 w_c(x)}{dx^2} = \frac{h_c + h_p + 2h_0}{2(D_c + D_p)} N_p - \frac{M_T}{D_c + D_p}. \tag{7}$$

将以上方程两边乘以  $D_c$  得

$$M_c = \frac{D_c}{D_c + D_p} \left( -\frac{h_c + h_p + 2h_0}{2} N_p + M_T \right). \tag{8}$$

将方程(4)和方程(8)代入方程(6), 对  $x$  微分, 并引入局部粘结强度  $\tau_f$  和界面断裂能量  $G_f$ , 得

$$N_p = \frac{b_p \tau_f}{\delta_f \lambda^2} \left[ \frac{N_T}{C_c} + \lambda^2 C_Q M_T - \frac{d\delta}{dx} + \frac{h_0}{G_0} \frac{d\tau}{dx} \right]. \tag{9}$$

对方程(9)再次进行  $x$  微分, 并联立方程(1)

和(2)得控制微分方程:

$$\frac{d^2 \delta}{dx^2} - \frac{\delta_f}{\tau_f} \lambda^2 f(\delta) - \frac{h_0}{G_0} \frac{d^2 f(\delta)}{dx^2} = \lambda^2 C_Q Q_T. \tag{10}$$

其中:

$$\lambda^2 = \frac{\tau_f b_p}{\delta_f} \left[ \frac{1}{C_p} + \frac{1}{C_c} + \frac{(h_p + h_c)(h_p + h_c + 2h_0)}{4(D_p + D_c)} \right];$$

$$C_Q = \frac{h_p + h_c}{2(D_p + D_c)\lambda^2}.$$

1.5 断裂(裂纹)分析

界面裂纹的扩展准则应用能量释放率来表示. 如果能量释放率  $G$  大于临界断裂能  $G_c$ , 裂纹开始扩展.  $G$  通过  $J$  积分计算.

$$G = J = \int_{\Gamma} (W dy - T \cdot \frac{\partial u}{\partial x} ds). \tag{11}$$

式中:  $\Gamma$  是任一条环绕裂纹尖端的曲线;  $T$  代表作用在曲线  $\Gamma$  的微弧  $ds$  上的外应力矢量;  $u$  为位移分量;  $ds$  是沿着  $\Gamma$  的微分长度;  $W$  是应变能密度函数. 同样, 能量释放率(ERP)也可通过对总势能偏微分得到:

$$G = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = -\frac{1}{b} \frac{\partial \Pi}{\partial a}. \tag{12}$$

式中:  $\Pi$  为裂纹体的总势能;  $a$  为剥离区的长度;  $b$  为粘结层的宽度.

1.6 剥离扩展模拟

对于给定的界面剥离长度, 应力分析和断裂分析阶段给出了 ERR. 剥离扩展应遵循荷载-位移平面的平衡条件为

$$G(u, \eta) - G_c = 0. \tag{13}$$

式中:  $\eta$  为荷载因子;  $u = u(x)$  为位移区域,  $x$  为空间坐标系. 对于给定的满足方程(13)的剥离区域长度, 路径上的每一点代表应力分析模型的一个解.

2 数值试验

数值试验包括单向剪切试验、端部剥离试验、FRP 加固简支梁试验 3 个实例. 笔者所使用的材料力学参数见表 1.

表 1 试验所用材料的力学参数  
Tab.1 Material and interfacial properties

材料	性质	数值
混凝土	弹性模量/GPa	$E^c = 30$
FRP	弹性模量/GPa	$E^{frp} = 160$
胶层	弹性模量/GPa	$E^a = 1.0$
	剪切模量/GPa	$G^a = 0.35$
胶层 - 混凝土界面	临界断裂能/(J · m <sup>-2</sup> )	$G^c = 58.29$

2.1 单向剪切数值试验

试验表明,在该算例中,界面剥离首先自加载

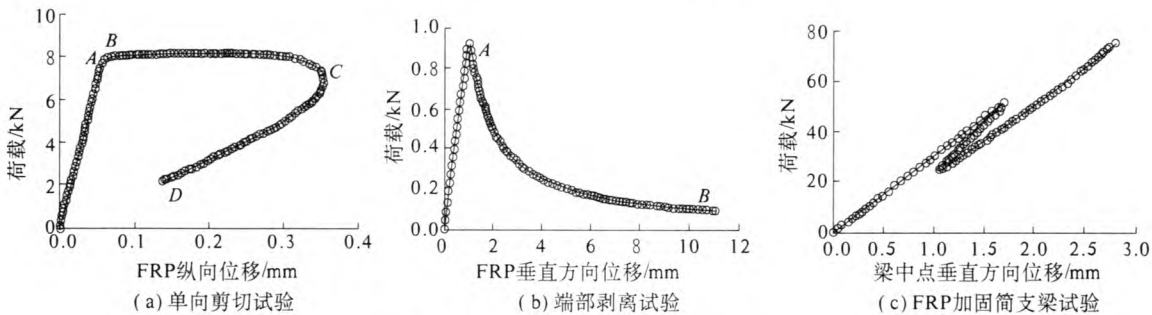


图 2 3 个实例的载荷 - 位移关系图  
Fig.2 Equilibrium paths for three cases

2.2 端部剥离数值试验

根据端部剥离实验研究,剥离从加载点开始,向梁的另一端延伸.图 2(b)所示为垂直(平面外)挠度 - 垂直荷载的平衡路径图.在该情况下,结构响应反映出近似线性增加,直到峰点(点 A),之后由位移增加控制剥离增长,荷载降到 B 点.

2.3 FRP 加固混凝土梁数值试验

实验研究表明,FRP 加固混凝土梁的剥离过程开始于 FRP 板的末端,向跨中延伸.外荷载 - 中跨位移曲线的 LEFM 数值结果如图 2(c)所示.

曲线表明,FRP 加固梁的行为遵循近似线性响应,之后一段折回,开始不稳定剥离增长.在剥离的最后阶段,当 FRP 几乎完全剥离,荷载仅由混凝土梁承担.在这个阶段,荷载 - 位移曲线的斜率反映出混凝土梁自身的刚度. LEFM 预测 FRP 板外端剥离过程开始及向中跨不稳定延伸较好,与实验观察吻合<sup>[8]</sup>.

3 结论

笔者基于 LEFM 方法进行 FRP - 混凝土界面的剥离分析.研究的主要目的在于对 FRP - 混凝土

端附近开始,向梁的另一端延伸. LEFM 模型中裂纹长度因子  $a$  可反映界面剥离的趋势.荷载 - 位移关系曲线如图 2(a)所示,该曲线表明,在荷载达到 A 点时,LEFM 模型描述剥离过程呈现近似线性增长,之后从 A 点突然折到 B 点,从 B 点到 C 点(在位移控制条件下)表示一段稳定剥离增长过程,C 点是从稳定剥离过程增长向不稳定转折点,之后从 C 点到 D 点一段不稳定剥离过程.这与 Sebastian<sup>[11-12]</sup>的实验观察数据吻合. LEFM 模型近似给出了 FRP 板加固混凝土棱柱体剥离过程的合理估计.

土界面的剥离机理模型化和定量化.运用能量释放率法和 J 积分理论分析 FRP - 混凝土界面的剥离损伤破坏,提出了描述 FRP - 混凝土界面剥离过程的平衡路径算法.该方法的主要优点是降低了计算的工作量,不足之处在于对剥离过程的依赖性.该方法及其适用性通过了 3 个 FRP - 混凝土界面剥离数值分析实例得到验证,界面剥离的开始和扩展的定性分析是有效的. LEFM 模型可以定量分析界面的剥离机理,它的相对简化及较小的计算工作量使其更具有广泛的应用前景.

参考文献:

[1] 琚宏昌,陈国荣. 混凝土梁裂纹扩展的内聚区模型数值模拟[J]. 郑州大学学报:工学版,2008,29(3):5-10.  
[2] QU hong-chang, ZHANG Peng. Debonding analysis along a softening FRP - concrete Interface between two adjacent cracks in plated beams[J]. Advanced Material Research, 2010,7:1227-1234.  
[3] RABINOVITCH O. Debonding analysis of fiber-reinforced-polymer strengthened beams; Cohesive zone modeling versus a linear elastic fracture mechanics approach[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008,75:2842-2859.

- [4] YANG S Q, PENG R X, KWAN H K A. Strain energy release rate for interfacial cracks in hybrid beams[J]. *Mechanics Research Communications*, 2006, 33: 796 – 803.
- [5] AU C, BUYUKOZTURK O. Debonding of FRP plated concrete; A tri-layer fracture treatment[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, 73: 348 – 365.
- [6] GRECO F, LONETTI P, BIASI N P. An – analytical investigation of debonding problems in beams strengthened using composite plates[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2007, 74: 346 – 372.
- [7] RABINOVITCH O, FROSTIG Y. Fracture mechanics approach to geometrically nonlinear debonding problems in RC beams strengthened with composite materials[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2006, 6: 765 – 777.
- [8] QIAO Pi-zhong, CHEN Fang-liang. Debonding analysis of FRP-concrete interface between two balanced adjacent flexural cracks in placed beams[J]. *International Journal of Solids and Structure*, 2009, 46: 2618 – 2628.
- [9] SPACONE E, LIMKATANYU S. Responses of reinforced concrete members including bond-slip Effects [J]. *ACI Structural Journal*, 2000, 97: 831 – 839.
- [10] WANG Jia-lai, ZHANG Chao. Nonlinear fracture mechanics of flexural-shear crack induced debonding of FRP strengthened concrete beams [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2008, 45: 2916 – 2936.
- [11] QU Hong-chang, CHEN guo-rong. Numerical Simulation of Different-Shaped Random Aggregates' Influence on Concrete's Compression Strength [J]. *Advanced Materials Research*, 2008, 33 – 37: 623 – 630.
- [12] SEBASTIAN M W. Significance of midspan debonding failure in FRP-Plated concrete beams [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2001, 127(7): 792 – 798.

## Debonding Analysis Between FRP – Concrete Interface with a Linear Elastic Fracture Mechanics Approach

JU Hong-chang, ZHANG Bei-yi

(Department of Civil and Architecture Engineering, Guangxi University of Technology, Liuzhou 545006, China)

**Abstract:** In order to analyze the debonding failure of concrete beams strengthened with externally bonded fiber-reinforced-polymer (FRP) plates, this paper adopts the energy-release-rate approach and the J-integral formulation, and proposes an interface damage model and an algorithm for the construction of the equilibrium path that describes the debonding process in the FRP strengthened beam. The model and the approach of equilibrium path can be used to predict the debonding failure for the interface of FRP-concrete beam through three cases that include a single shear test, an edge peeling test, and a beam specimen strengthened with FRP.

**Key words:** fiber reinforced polymer (FRP); crack growth; debonding; J-Integral; fracture mechanics