

文章编号:1671-6833(2013)05-0085-04

具有不确定项的时滞混沌系统自适应同步

邓 玮, 王 宏, 方 洁, 吴振军

(郑州轻工业学院 电气信息工程学院, 河南省信息化电器重点实验室, 河南 郑州 450002)

摘 要: 针对一类具有不确定项的时滞混沌系统的同步问题, 提出了自适应控制策略. 基于 Lyapunov-Krasovskii 函数方法和泛函微分方程的稳定性原理, 设计了控制器和自适应律, 实现了具有不确定项的时滞混沌系统的同步控制. 该控制策略中不含有时滞项, 不仅适用于时滞时间已知的时滞混沌系统, 而且适用于时滞时间未知以及多时滞的混沌系统. 所设计的控制器简单、易于实现, 且无需事先已知不确定项的上界, 具有较强的实用性和鲁棒性, 通过引入同步加速因子, 可以任意配置同步速度. 通过数值仿真, 验证了所提方案的有效性.

关键词: 混沌系统; 时滞系统; 自适应控制; 混沌同步

中图分类号: TP273, TM132

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2013.05.018

0 引言

混沌同步在保密通信、图像处理、生态网络等领域有巨大潜在应用, 成为非线性科学领域一个非常热门的研究课题并迅速发展起来^[1]. 时滞混沌系统产生多个正的 Lyapunov 指数的个数不受系统维数的限制, 时滞混沌系统的这个特征使它特别适用于保密通信^[2-5], 将时滞混沌系统应用在保密通信中已成为人们研究的热点^[3]. 通过查阅大量的参考文献可知, 目前有关时滞混沌系统同步的研究较少.

文献[6-10]研究了时滞混沌系统的同步问题. 但上述文献均未考虑外界干扰及系统中由建模误差等引起的不确定性对系统的影响. 在实际应用中, 系统不可避免地受到外界环境温度、噪声、器件互扰等不确定因素的影响. 因此, 研究受扰且含有不确定项的时滞混沌系统更具有实际意义. 上述文献大都假设时滞常数是已知的, 在控制器中采用线性时滞反馈来抵消系统中的时滞项, 而在工程实际中, 控制系统由于控制信号传输或控制设备自身存在某些不可避免的缺陷, 很难做到控制器的时滞与整个系统的时滞完全匹配, 仅靠控制器中时滞项来抵消系统中的时滞工程实际中是难以实现的.

针对上述问题, 受文献[11]的启发, 笔者针对一类具有不确定项的时滞混沌系统的同步问题, 提出了自适应控制策略. 基于 Lyapunov-Krasovskii 函数方法和泛函微分方程的稳定性原理, 设计了控制器和自适应律, 实现了具有不确定项的时滞混沌系统同步控制. 该控制策略无需事先已知外界干扰及不确定项的上界, 控制策略中也不含有时滞项, 通过设计的自适应律来自动扑捉外界干扰、不确定项以及时滞项对系统的影响并最终消除其影响. 因此, 该控制策略不仅适用于时滞时间已知的时滞混沌系统, 也适用于时滞时间未知以及多时滞的混沌系统. 通过引入加速因子, 可以随意调整同步速度. 所设计的控制器简单、易于实现, 且鲁棒性较强. 通过数值仿真, 进一步验证了所提方案的有效性.

1 时滞混沌系统同步方案描述

考虑如下两个时滞混沌系统

$$\dot{x} = Ax + f(x(t)) + f(x(t-\tau)) + \Delta d; \quad (1)$$

$$\dot{y} = Ay + f(y(t)) + f(y(t-\tau)) + u, \quad (2)$$

式中: $x, y \in R^n$ 为系统状态变量; A 为具有适当维数的常系数矩阵; Δd 是系统未建模部分、模型扰动及外部干扰的综合; τ 为系统的时滞时间(这里可以是已知的, 也可以是未知的); $u =$

收稿日期:2013-04-03; 修订日期:2013-06-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61070238)

通信作者:邓玮(1973-), 河南南阳人, 副教授, 硕士生导师, 研究方向:非线性系统理论, Email: dengwei1973@

126.com.

$[u_1, u_2, \cdots, u_n]^T$ 为待设计的控制输入; $f(\cdot)$ 为连续光滑非线性函数.

驱动系统(1)和响应系统(2)的同步误差为

$$e = x - y, \tag{3}$$

$$e_\tau = x(t - \tau) - y(t - \tau), \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{y} \\ &= Ax + f(x(t)) + f(x(t - \tau)) + \Delta d - \\ &\quad (Ay + f(y(t)) + f(y(t - \tau)) + u) \\ &= Ae + [f(x(t)) - f(y(t))] + \\ &\quad [f(x(t - \tau)) - f(y(t - \tau))] + \Delta d - u. \end{aligned} \tag{5}$$

对系统(1)和(2)作如下假设

假设 1 假设系统(1)和(2)的非线性函数 $f(\cdot)$ 满足 Lipschitz 条件 $f(x(t)) - f(y(t)) \leq r(x - y)$, 式中 $r > 0$, 为 Lipschitz 常数.

注 1 由于混沌系统吸引子的有界性, 此条件并不苛刻, 有一大类混沌系统满足此条件, 例如 Rossler、Duffing Holmes 系统、Lorenz 系统、Chen 系统及 CYCQ 超混沌系统等.

2 设计自适应控制器

针对系统(1)和(2), 设计如下自适应控制器

$$\begin{cases} u = Ke + q\hat{\rho} \frac{Pe}{\|Pe\|} \\ \dot{\hat{\rho}} = q\|Pe\| \end{cases} \tag{6}$$

这里 $\hat{\rho}(0) \in R^+$; $K \in R^{n \times n}$; $q \geq \max[r, 1]$; P 为适当维数的正定对称矩阵.

引理 1^[12]: 对于所有的矩阵 $X, Y \in R^{n \times k}$ 和 $Q \in R^{n \times n}$, Q 为对称正定矩阵, 下面的不等式成立

$$X^T Y + Y^T X - X^T Q X \leq Y^T Q^{-1} Y. \tag{7}$$

证明: 由 $(QX - Y)^T Q^{-1} (QX - Y) \geq 0$ 展开即得.

定理 1: 如果存在对称正定矩阵 P, Q 及正定矩阵 Ω 使式(8)成立, 则系统(1)和系统(2)在控制器(6)的作用下实现同步.

$$(A - K)^T P + P(A - K) + Q + r^2 P Q^{-1} P = -\Omega \tag{8}$$

证明: 定义 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$\begin{aligned} V &= e^T P e + (\hat{\rho} - \rho)^2 + \int_{-\tau}^0 e^T(t + \theta) Q e(t + \theta) d\theta, \\ V &\text{是正定函数, 沿误差方程(4)对 } V \text{ 求一阶导数得} \\ \dot{V} &= \dot{e}^T P e + e^T \dot{P} e + 2(\hat{\rho} - \rho) q \|Pe\| + e^T Q e - e_\tau^T Q e_\tau \\ &= [Ae + [f(x(t)) - f(y(t))] + [f(x(t - \tau)) - \\ &\quad f(y(t - \tau))] + \Delta d - u]^T P e + e^T P [Ae + \\ &\quad [f(x(t)) - f(y(t))] + [f(x(t - \tau)) - f(y(t - \\ &\quad \tau))] + \Delta d - u] + 2(\hat{\rho} - \rho) q \|Pe\| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &e_\tau^T Q e - e_\tau^T Q e_\tau \\ &\leq [Ae + re + re_\tau + \Delta d - u]^T P e + e^T P [Ae + re + re_\tau + \\ &\quad \Delta d - u] + 2(\hat{\rho} - \rho) q \|Pe\| + e^T Q e - e_\tau^T Q e_\tau \\ &= e^T [(A - K)^T P + P(A - K) + Q] e + 2re^T P e - \\ &\quad 2(\hat{\rho} q \frac{Pe}{\|Pe\|})^T P e + re_\tau^T P e + re^T P e_\tau - e_\tau^T Q e_\tau + \\ &\quad 2\| \Delta d \| \|Pe\| + 2\hat{\rho} q \|Pe\| - 2\rho q \|Pe\| \\ &\leq e^T [(A - K)^T P + P(A - K) + Q] e + 2q(\|e\| + \\ &\quad \| \Delta d \|) \|Pe\| + re_\tau^T P e + re^T P e_\tau - \\ &\quad e_\tau^T Q e_\tau - 2\rho q \|Pe\|. \end{aligned} \tag{9}$$

定义一个未知但总是存在的常数 ρ 满足对所有 $\tau < t < \infty$, 均有^[13]

$$\|e\| + \| \Delta d \| < \rho < \infty \tag{10}$$

由引理 1 得

$$\begin{aligned} &re_\tau^T P e + re^T P e_\tau - e_\tau^T Q e_\tau \\ &= e_\tau^T (rPe) + (rPe)^T e_\tau - e_\tau^T Q e_\tau \\ &\leq (rPe)^T Q^{-1} (rPe) \\ &= r^2 e^T P Q^{-1} P e. \end{aligned} \tag{11}$$

将式(10)和(11)代入式(9)得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq e^T [(A - K)^T P + P(A - K) + Q] e + r^2 e^T P Q^{-1} P e \\ &= e^T [(A - K)^T P + P(A - K) + Q + r^2 P Q^{-1} P] e \\ &= -e^T \Omega e. \end{aligned} \tag{12}$$

式中: Ω 是正定矩阵. 显然 $\dot{V}(t) \leq 0$, 证毕.

注 2: 由于在控制器中引入了自适应环节, 在一定的条件下, 控制强度 $\rho(t)$ 可以跟踪干扰变化, 增加 $\rho(t)$ 来抑制干扰, 且不需要事先已知不确定项的上界. 在实际应用中, 只要选取的矩阵 K 使 Ω 为正定矩阵即可, 也就是说, 由式(6)确定的控制策略有一定的鲁棒性.

注 3: 由于在控制器中不含有时滞环节, 因此, 该控制策略不仅适用于时滞时间已知的时滞混沌系统, 而且可以适用于时滞时间未知的时滞混沌系统及多时滞混沌系统.

注 4: 可取正定矩阵 $\Omega = [\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n]^T, \beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n$ 为加速因子, 在控制能量允许的情况下 β_i 取值越大, 同步过度时间越短, 因此通过选择加速因子 β_i 可以灵活配置同步速度.

3 数值仿真

例 1 考虑如下时滞 Chen 混沌系统^[14], 其状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a(x_2(t) - x_1(t)) \\ \dot{x}_2(t) = (c - a)x_1(t) + (c - d)x_2(t) - x_1(t)x_3(t) + dx_2(t - \tau) \\ \dot{x}_3(t) = x_2(t)x_1(t) - bx_3. \end{cases} \tag{13}$$

当 $a=35, b=3, c=28, d=3, \tau=0.1$, 系统 (14) 是混沌的.

系统 (13) 作为驱动系统, 则对应的响应系统如下

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = a(y_2(t) - y_1(t)) + u_1 \\ \dot{y}_2(t) = (c-a)y_1(t) + (c-d)y_2(t) - y_1(t)y_3(t) + dy_2(t-\tau) + u_2 \\ \dot{y}_3(t) = y_2(t)y_1(t) - by_3 + u_3. \end{cases} \quad (14)$$

系统矩阵 $A = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c-d & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix}$, 选取 $P = Q =$

$$I, K = \begin{bmatrix} -a+3 & a & 0 \\ c-a & c-d+3 & 0 \\ 0 & 0 & 3-b \end{bmatrix},$$
 容易验证 Ω 为

正定矩阵.

控制器取为

$$\begin{cases} u_1 = (-a+3)e_1 + ae_2 + q\hat{\rho}_1 \operatorname{sgn}(e_1) \\ u_2 = (c-a)e_1 + (3+c-d)e_2 + q\hat{\rho}_2 \operatorname{sgn}(e_2) \\ u_3 = (3-b)e_3 + q\hat{\rho}_3 \operatorname{sgn}(e_3), \end{cases} \quad (15)$$

自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\rho}}_1 = q \|e_1\| \\ \dot{\hat{\rho}}_2 = q \|e_2\| \\ \dot{\hat{\rho}}_3 = q \|e_3\|. \end{cases} \quad (16)$$

选取 $q=1$, 系统初值分别为 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = (-5, -5, -10)$ 和 $(y_1(0), y_2(0), y_3(0)) = (3, 3, 8), (\rho_1(0), \rho_2(0), \rho_3(0)) = (0, 0, 0)$ 则系统 (14) 与系统 (15) 的同步误差 $e_i = x_i - y_i$ ($i=1, 2, 3$) 的时域波形如图 1 所示.

为了验证所设计控制器的鲁棒性, 将系统 (13) 加入干扰信号, 即

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a(x_2(t) - x_1(t)) + d_1 \\ \dot{x}_2(t) = (c-a)x_1(t) + (c-d)x_2(t) - x_1(t)x_3(t) + dx_2(t-\tau) + d_2 \\ \dot{x}_3(t) = x_2(t)x_1(t) - bx_3 + d_3. \end{cases} \quad (17)$$

式中: $d(t) = (d_1(t), d_2(t), d_3(t))^T$ 为外界干扰. 为了验证所设计控制器对多时滞系统同样适用, 对系统 (14) 和 (17) 的时滞常数分别取 $\tau=0.1$ 和 $\tau=0.5$, 控制策略仍取式 (15) 和 (16), 系统的初值及其他参数不变. 数值仿真时不失一般性选取随机干扰 $d_i(t) = 5\operatorname{rand}(i=1, 2, 3)$, 其它参数不变, 仿真结果如图 2 所示.

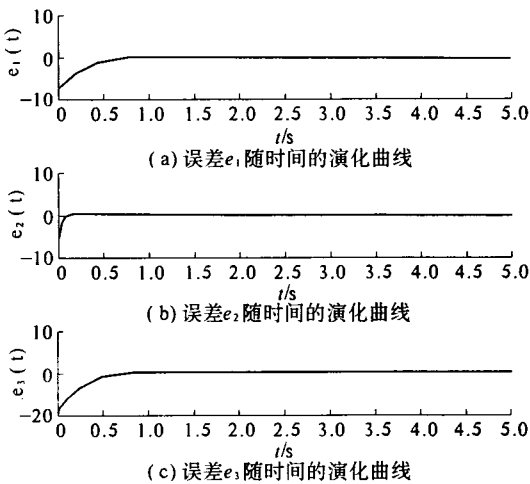


图 1 系统 (13) 与系统 (14) 的同步误差时域波形
Fig.1 The synchronization errors of system (13) and system (14)

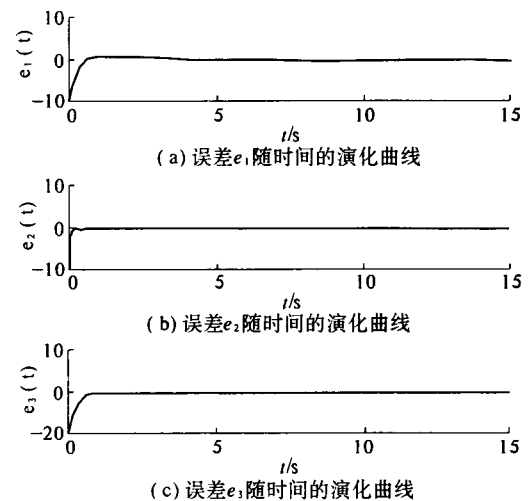


图 2 受扰系统 (17) 与系统 (14) 的同步误差时域波形
Fig.2 The synchronization errors of disturbed system (17) and system (14)

从图 1, 2 可以看出, 在控制器的作用下实现了响应系统与驱动系统受扰前后的同步控制. 由于笔者在控制器中引入了自适应环节, 所设计的控制器对外界干扰具有较强的鲁棒性且所设计控制器对多时滞系统同样适用. 通过多次的仿真发现, 选择式 (15) 的控制器, 当随机干扰信号幅值小于驱动系统信号幅值的 12.5% 时, 均能实现驱动系统与响应系统的同步.

4 结论

基于 Lyapunov-Krasovskii 函数和泛函微分方程的稳定性原理, 设计了控制策略和自适应律, 实现了具有不确定项时滞混沌系统的同步控制. 该控制策略无需事先已知外界干扰及不确定项, 控

制策略中也不含有时滞项,通过设计的自适应律来自动扑捉外界干扰、不确定项以及时滞项对系统的影响并最终消除其影响,因此,该控制策略不仅适用于时滞时间已知的时滞混沌系统,而且适用于时滞时间未知或多时滞的时滞混沌系统.通过引入加速因子,可以任意配置同步速度.所设计的控制器简单、易于实现,且鲁棒性较强.最后,通过对时滞 Chen 混沌系统及其存在外界随机干扰的情况下的仿真研究,进一步验证了笔者所提出方法的有效性.

参考文献:

- [1] NANA B, WOAFO P, DOMNGANG S. Chaotic synchronization with experimental application to secure communications [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14(5): 2266 - 2276.
- [2] 梅蓉,吴庆宪,姜长生.超混沌系统滑模自适应同步控制及其在保密通信中的应用[J].*应用科学学报*.2010,28(2):115 - 122.
- [3] 郑皓洲,胡进峰,徐威,等.一类新型超混沌系统的非线性反馈同步研究[J].*电子与信息学报*, 2011,33(4): 844 - 848.
- [4] BOTMART T, NIAMSUP P, Liu X. Synchronization of non-autonomous chaotic systems with time-varying delay via delayed feedback control [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2012, 17(4): 1894 - 1907.
- [5] CHANG CHIEN shih-kuen, HUANG Chuan-kuei, NIEN Hsian, et al. Synchronization of the chaotic secure communication system with output state delay [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2009,39(4):1578 - 1587.
- [6] GE S S, HONG F, LEE T H. Robust adaptive control of nonlinear systems with unknown time delays [J]. *Automatica*,2005,41(7):499 - 516.
- [7] NGUANG S K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems [J]. *IEEETrans. onAutomatic Control*,2000,(45):756 - 762.
- [8] 张敏,胡寿松.不确定时滞混沌系统的自适应动态神经网络控制[J].*物理学报*.2008,57(3):1431 - 1439.
- [9] 梅蓉,吴庆宪,姜长生.异结构时滞不确定混沌系统同步/反同步控制[J].*电光与控制*.2011,18(5):37 - 41.
- [10] 叶志勇,杨珧,邓存兵.混沌动力系统中时滞的反馈控制及应用[J].*重庆理工大学学报:自然科学*.2010,24(5):72 - 74.
- [11] 邓玮,方洁,吴振军.含有不确定项的混沌系统自适应修正函数投影同步[J].*物理学报*,2012,61(14):140503.
- [12] 谢英慧,张化光,王福山.一类参数不确定时滞混沌系统的反馈控制同步[J].*东北大学学报:自然科学版*.2008,29(5):613 - 616.
- [13] 邓玮,高金峰.实现混沌系统同步的自适应变结构观测器方法[J].*系统工程与电子技术*,2007,29(12):2136 - 2139.
- [14] SONG Yong-li, WEI Jun-jie. Bifurcation analysis for Chen's system with delayed feedback and its application to control of chaos [J]. *Chaos Solitons&Fractals*, 2004,22(1):75 - 91.

Adaptive Synchronization of a Class of Time-delay Chaotic Systems with Uncertainties

DENG Wei, WANG Hong, FANG Jie, WU Zhen-jun

(Henan Key Lab of Information-based Electrical Appliances, School of Electrical Information Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: This paper primarily investigates the adaptive synchronization of a class of time-delay chaotic systems with uncertainties. According to Lyapunov-Krasovskii functional and the Lyapunov stability theory, the controller and adaptive law are designed. The control strategy does not contain time-delay terms, which can be applied to time-delay or multiple time-delay chaotic system, whose time-delay is known or unknown. The approach is more robust to noise and external interference, and does not need to know the upper bound of uncertainties in advance. In addition, it can adjust the system response rapidly by adjusting the accelerated factor. Numerical simulations verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: chaotic systems; time-delay systems; adaptive control; chaotic synchronization