

文章编号:1671-6833(2013)06-0006-04

# 基于压缩感知的 MIMO-OFDM 系统稀疏信道估计算法

陈恩庆, 相小强, 穆晓敏

(郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 传统的多输入多输出-正交频分复用(MIMO-OFDM)无线通信系统信道估计算法, 没有充分利用无线信道时域的固有稀疏性, 导致估计精度不高且频谱利用率低等问题. 在信道时域稀疏的前提下, 研究了基于压缩感知的 MIMO-OFDM 系统信道估计算法, 详细介绍了正交匹配追踪(OMP)和子空间追踪(SP)两种压缩感知算法原理和步骤, 并同其它常用信道估计算法进行了比较分析. 理论分析与仿真表明, 所提出的压缩感知信道估计算法在频谱利用率以及估计性能方面比传统方法有显著提高, 更具有有效性.

**关键词:** 无线通信系统; 稀疏信道估计; 压缩感知; 多输入多输出; 正交频分复用

**中图分类号:** TN911.23

**文献标志码:** A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2013.06.002

## 0 引言

MIMO-OFDM (Multiple-Input Multiple-Output Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 技术能有效对抗频率选择性衰落和窄带干扰, 在不增加带宽的条件下成倍提高通信系统的容量和频谱利用率. 然而其系统下的无线信道的传播路径复杂多变并且难以预测, 因而研究能够准确有效获取信道状态的信道估计技术十分重要. 目前, 大量研究测试实验表明: 无线多径信道在时域上多呈现稀疏性, 即信道冲激响应的绝大多数能量集中在少数几个多径分量上<sup>[1]</sup>. 传统的 MIMO-OFDM 信道估计方法均没有充分利用信道内在稀疏性这一先验知识, 信道估计的准确性和有效性有待提高. 压缩感知<sup>[2-3]</sup> (Compressed Sensing, CS) 技术可以从稀疏信号中高效重构原始信号, 已在包括图像处理、数据压缩、雷达等多个领域得到应用, 也为稀疏信道估计提供了一种新的有效途径<sup>[4]</sup>. 文献[5]利用信道的时域稀疏性, 采用压缩感知作为 OFDM 系统的信道估计方法, 获得了不错的效果. 文献[6]在多天线的 MIMO-OFDM 水声通信系统中将 Doppler 频移的影响考虑在内, 在压缩感知理论下通过设计合理的过完备字典来进行信道估计. 笔者在 MIMO-OFDM 系统中运用 (Orthogonal

Matching Pursuit, OMP)<sup>[7]</sup> 和 (Subspace Pursuit, SP)<sup>[8]</sup> 两种 CS 重构算法进行信道估计, 同传统的 LS 信道估计算法相比, 所提算法有较好的估计性能和较高的频谱利用率.

## 1 压缩感知基本理论

压缩感知是针对可压缩信号即稀疏信号抽样和压缩同时进行, 并通过较少的测量值就可以重构出原始信号的技术. 基本原理如下: 对信号  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ , 如果  $\mathbf{x}$  中只有  $K$  个 ( $K \ll N$ ) 非零元素, 而其它  $N-K$  个元素都为零, 则称  $\mathbf{x}$  是  $K$ -稀疏的. 通过观测矩阵  $\Phi_{M \times N}$  ( $M < N$ ) 可以获得  $\mathbf{x}$  的观测值:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{e}. \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{e}$  为噪声. 若  $M \geq K \cdot \lg N$ , 且观测矩阵  $\Phi$  满足有限等距特性 (Restricted Isometry Property, RIP), 则可以通过寻找式(1)的最稀疏解来恢复信号  $\mathbf{x}$ . 然而式(1)是一个欠定方程组, 未知解的个数不唯一, 无法直接从  $\mathbf{y}$  重建出  $\mathbf{x}$ , 因此如何有效地从测量信号  $\mathbf{y}$  恢复出原始信号  $\mathbf{x}$  是实现压缩感知的关键之一. 对式(1)解的问题传统上可通过求解最小  $l_2$  范数解决.

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}\|_2, \\ \text{s. t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}. \end{cases} \quad (2)$$

该优化问题所得到的最优解并不是一个稀疏

收稿日期:2013-05-18;修订日期:2013-07-19

基金项目:国家自然科学基金项目(61201251,61172086);教育部博士点科研基金项目(20104101120011)

作者简介:陈恩庆(1977-),男,河南郑州人,郑州大学副教授,博士,研究方向为宽带无线通信信道估计、压缩感知理论, E-mail:ieeqchen@zzu.edu.cn.

解;另一方面,寻找最稀疏解的最可靠的方法是求解如下  $l_0$  范数最优化问题:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}\|_0, \\ \text{s. t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}. \end{cases} \quad (3)$$

用式(3)只需要  $M = K + 1$  个独立同分布的测量值就可以高概率重构出  $K$ -稀疏信号,但是它的计算复杂度是 NP 的,实现非常复杂. 目前很多文献重点研究了基于  $l_1$  范数的最优化问题.

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}\|_1, \\ \text{s. t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}. \end{cases} \quad (4)$$

当满足条件,同样可以高概率恢复出原始信号.

目前比较有代表性的重构算法有基追踪(BP)算法<sup>[9]</sup>和贪婪追踪算法. 基追踪算法重构精度较高,但复杂度大,不适合实时场合的应用. 贪婪追踪算法的运算量小且更易实现,常见的包括匹配追踪(MP)<sup>[10]</sup>、OMP、正则正交匹配追踪(ROMP)<sup>[11]</sup>和 SP 算法等. 信道估计算法需要具有实时性,同时信号重建的维数较小,相比较下贪婪算法更适合被应用在信道估计中. 笔者采用 OMP 和 SP 两种算法进行 MIMO-OFDM 系统信道估计.

## 2 系统和信道模型

假设在 MIMO-OFDM 系统中有  $N_T$  根发射天线和  $N_R$  根接收天线. 图 1 所示为 MIMO-OFDM 的系统原理框图.

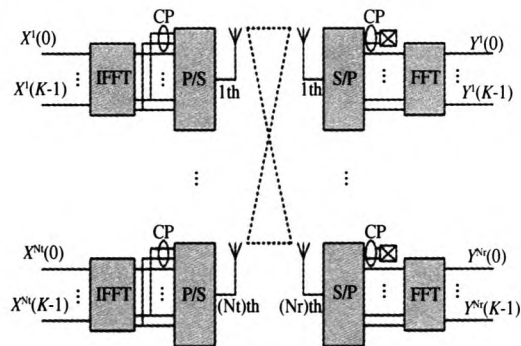


图 1 MIMO-OFDM 系统原理框图

Fig. 1 MIMO-OFDM System Model

将发送端发送的数据分成  $N_t$  个不同的数据块  $\mathbf{X}^{(i)}$ , 分别对这  $N_t$  个数据块进行  $N$  点 IFFT 变换, 并插入循环前缀 (CP), CP 的长度要大于最大的路径时延, 如此可以忽略系统的载波间干扰 ICI 和符号间干扰 ISI. 同时, 一个 OFDM 符号的周期小于信道的相干时间. 在接收端, 经过 CP 和 FFT 变换后, 第  $j$  根天线接收到的信号可表示为

$$\mathbf{Y}^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t} \mathbf{H}^{(i,j)} \cdot \mathbf{X}^{(i)} + \mathbf{Z}^{(j)} =$$

$$\sum_{i=1}^{N_t} (\mathbf{F} \mathbf{h}^{(i,j)}) \cdot \mathbf{X}^{(i)} + \mathbf{Z}^{(j)}, j = 1, \dots, N_r. \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{Y}^{(j)} = [Y_1^{(j)}, \dots, Y_N^{(j)}]^T$  是第  $j$  根接收天线接收到的信号的频域表达式;  $\mathbf{X}^{(i)} = [X_1^{(i)}, \dots, X_N^{(i)}]^T$  是第  $i$  根发射天线发射信号的频域表达式;  $\mathbf{F}$  是离散傅里叶变换矩阵, 第  $(m, n)$  个元素为  $F_{m,n} = e^{-j2\pi mn/N}$ ;  $\mathbf{Z}^{(j)} = [Z_1^{(j)}, \dots, Z_N^{(j)}]^T$  是信道加性复高斯白噪声;  $\mathbf{h}^{(i,j)} = [h_1^{(i,j)}, \dots, h_N^{(i,j)}]^T$  表示第  $i$  根发射天线到第  $j$  根接收天线之间信道冲激响应的离散形式. 假设系统传输信道为频率选择性稀疏多径信道, 其稀疏性体现在  $\mathbf{h}^{(i,j)} = [h_1^{(i,j)}, \dots, h_N^{(i,j)}]^T$  中非零元素的个数很少, 其信道离散冲激响应函数为

$$\mathbf{h}^{(i,j)}(n) = \sum_{l=0}^L h_l^{(i,j)} \delta(n-l). \quad (6)$$

提取第  $j$  根接收天线的接收信号:

$$\mathbf{Y}_p^{(i,j)} = \mathbf{C}_m^{(i)} \mathbf{F} \mathbf{h}^{(i,j)} \cdot \mathbf{X}_p^{(i)} + \mathbf{Z}^{(i,j)}. \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{C}_m^{(i)}$  是  $m \times N$  的导频选择矩阵:

$$\mathbf{C}_m^{(i)} = [\mathbf{s}_{p_1}, \dots, \mathbf{s}_{p_m}]^T. \quad (8)$$

其中,  $\boldsymbol{\pi} = [p_1, p_2, \dots, p_m]$  是标志导频位置的索引集;  $\mathbf{s}_{p_i}$  是一个单位列向量, 其中第  $p_i$  个元素为 1, 其它的都为 0. 由于导频在接收端是已知的, 通过下式可以获得信道估计:

$$\mathbf{R}^{(i,j)} = \mathbf{Y}_p^{(i,j)} / \mathbf{X}_p^{(j)} = \mathbf{C}_m^{(i)} \mathbf{F} \mathbf{h}^{(i,j)} + \mathbf{Z}^{(i,j)}. \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{C}_m^{(i)} \mathbf{F}$  为部分离散傅里叶变换矩阵,  $\mathbf{C}_m^{(i)} \mathbf{F}$ 、 $\mathbf{R}^{(i,j)}$  对接收端均是已知信号, 因此可以利用 CS 的重构算法恢复  $\mathbf{h}^{(i,j)}$ .

## 3 基于 CS 的信道估计

无线信道通常呈现稀疏性, 即  $\mathbf{h}^{(i,j)} = [h_1^{(i,j)}, \dots, h_N^{(i,j)}]^T$  为稀疏向量, 对比式(1)和(9)可以看出, 由求  $\mathbf{h}^{(i,j)}$  的过程可以建模为从有噪测量值中重建稀疏信号的问题. 如式(9)所示, 令  $\mathbf{R}^{(i,j)} = \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{C}_m^{(i)} \mathbf{F} = \Phi$ ,  $\mathbf{h}^{(i,j)} = \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{Z}^{(i,j)} = \mathbf{e}$ , 此时, 只要选择合适的重构算法, 就可以恢复出  $\mathbf{h}^{(i,j)}$ . 目前常用的是 OMP 算法: 从原子选择方式上实现了单个原子的精确选择, 保证了每次迭代的最优性, 具有较低的运算复杂度. 由于要对已选原子进行正交化处理, 对一些高速率信号的处理具有较大复杂度, 此时 OMP 算法无法使用.

为了适应高数据率传输的需求, 可以应用 SP 算法进行信道重建. SP 算法是在贪婪算法的基础上借用回溯的思想来实现, 跟 OMP 算法相比具有

更低的计算复杂度. 基于 SP 的信道估计算法步骤如下:

输入:  $y(R^{(i,j)} = y), \Phi(C_m^{(i)} F = \Phi);$

初始化: 初始余量  $r_0 = y$ , 迭代次数  $n = 1$ , 索引值集合  $\Lambda = \emptyset, J = \emptyset$  (空集);

(1) 计算余量  $r_{n-1}$  与观测矩阵  $\Phi$  的每一列的内积,  $u = \{u_j | u_j = |\langle r_{n-1}, \Phi_j \rangle|, j = 1, 2, \dots, N\}$ , 并将  $u$  中  $K$  个最大值对应的索引值存入  $J_{n-1}$  中;

(2) 更新支撑集  $\Phi_{\Lambda_n}$ , 其中  $\Lambda_n = \Lambda_{n-1} \cup J_{n-1}$ , 用式  $\hat{z} = \argmin \|y - \Phi_{\Lambda_n} \hat{z}\|_2$  求得  $\hat{z}$ , 取  $\hat{z}$  中前  $K$  个最大元素对应的原子放入支撑集  $\Phi_{\Lambda_n}$ ;

(3) 用式  $\hat{x} = \argmin \|y - \Phi_{\Lambda_n} x\|_2$  得到  $\hat{x}$ , 同时对余量进行更新得到  $r_{new}$ ;

(4) 若  $|\Lambda| \geq 2K$ , 则停止迭代; 否则令  $r_n = r_{new}, n = n + 1$ , 转步骤(2).

输出:  $x$  的稀疏逼近信号  $\hat{x}$ , 即  $h^{(i,j)}$ .

SP 算法是在稀疏度  $K$  已知情况下进行的, 步长设置为  $K(K \geq S)$ , 每一次迭代都保证支撑集中有  $K$  个原子, 因而候选集中最多不会超过  $2K$  个原子, 原子每次剔除的数目最多不超过  $K$  个. 文献 [12] 证明即便剔除了已经选定的部分原子依然可以保证留下的原子是最优的, 从而精确重建信号.

### 4 仿真分析

为了验证 MIMO-OFDM 系统中压缩感知信道估计算法的有效性, 笔者选择了 OMP 与 SP 两种方法, 同时还用传统的 LS 方法作为比较. 系统仿真参数如下:  $N_t = 2, N_r = 2$ , 即  $2 \times 2$  的 MIMO-OFDM 系统; 子载波个数  $N$  为 256; 调制方式为 QPSK; 传输信道长度  $L = 50$ , 采用其中主要路径数为 6, 即稀疏度  $K = 6$ ; 并且假设信道在一个数据符号内是不变的.

图 2 给出了 3 种不同方法的 BER 曲线. 仿真时 LS 法的导频均匀放置, 而 OMP 和 SP 的导频随机放置. 从仿真结果来看, 在相同导频数的时候 LS 的误码率最高, 随着信噪比的增大几乎没有变化. 随着信噪比的增大, 且当信噪比大于 15 dB 时, SP 比 OMP 的误码率要低一些.

图 3 为 3 种不同方法 MSE 曲线图. 在导频数相同的时候, 随着信噪比增大, OMP 和 SP 的 MSE 几乎重合, 他们所获得的 MSE 要比 LS 小 25 dB 左右.

图 4 为不同信道估计方法的 MSE 性能比较.

在图 4 中, OMP 与 SP 的导频数  $P$  都是 36, 而 LS 的导频数  $P$  分别是 36, 72 和 128. 当 LS 的导频数是 36 时得到的信道估计性能很差, 但随着导频数增加性能有所改善. 当导频数是 128 时所获得的 MSE 仅比其他两种方法略小一些. 换言之, 如果要获得导频数是 128 时的 LS 信道估计性能, 用 OMP 与 SP 仅需要  $P = 36$  即可. 所以, 用压缩感知的方法将会大大减少导频的数量, 提高整个系统的吞吐量.

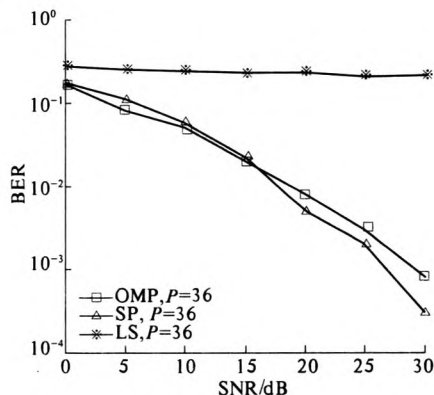


图 2 不同信道估计方法的 BER 性能比较

Fig. 2 The BER comparison of different estimation method

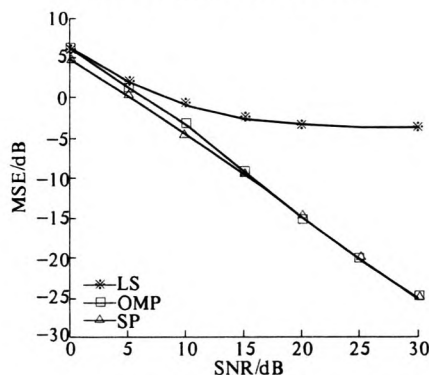


图 3 不同信道估计方法 MSE 性能比较

Fig. 3 The MSE comparison of different estimation method

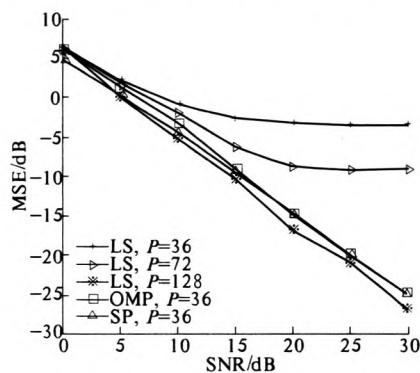


图 4 不同信道估计方法 MSE 性能比较

Fig. 4 The MSE comparison of different estimation method

在前面的仿真中,先验的稀疏度与实际相同  $K=6$ 。而在本次仿真中,假设先验的稀疏度  $K$  分别为 1,5,6,7,10,实际的信道稀疏度是  $K=6$ ,重构算法是标准的 OMP。如图 5 所示,当先验稀疏度  $K=1$  和  $K=5$  的时候,信道估计性能很差;但当  $K$  是 6,7,10 的时候,估计性能几乎一样。这说明先验的信道稀疏度需要等于或大于实际的信道稀疏度,才可以获得较好的信道估计性能。因此,在实际工程应用中当没有信道稀疏度先验信息的情况下,可以假定一个较大的信道稀疏度进行信道压缩感知估计,以获得较好的估计效果。

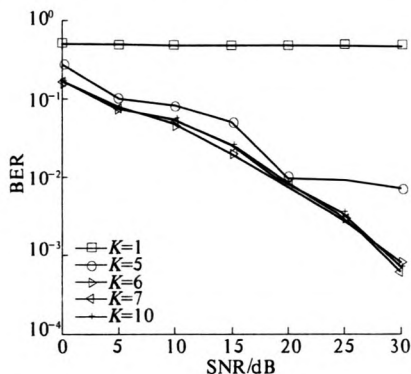


图 5 OMP 算法在先验信道稀疏度不同时的 BER 性能比较

Fig.5 The BER comparison of OMP for different sparsity

## 5 结论

笔者围绕 MIMO-OFDM 系统稀疏信道估计问题,研究了基于压缩感知的信道估计方法,重点研究了压缩感知中的 SP 重构算法。该算法利用回溯的思想,保证了每次迭代中支撑集中的原子个数不变,通过剔除部分原子,留下最优的原子,从而保证算法的精度。同时与 OMP 算法相比,不需要进行原子的正交化处理,更适合处理高数据率的信道估计问题。仿真表明,基于压缩感知的信道估计方法用少量的导频就能获取同等条件下相同的信道估计性能,从而节省导频数量,提高了频谱利用率。同时,在未知稀疏度的情况下,可以通过估计的方法设定一个较大稀疏度值。

## 参考文献:

- [1] LI Wei-chang, PREISIG J C. Estimation of rapidly time-varying sparse channel [J]. IEEE J Ocean Eng, 2007, 32(4): 927-939.
- [2] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] CANDES E, TAO T. Near optimal signal recovery from random projection: universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [4] BAJWA WAHEED U, HAUPT J, SAYEED A M. Compressed channel sensing: a new approach to estimating sparse multipath channels [J]. Proceeding of the IEEE, 2010, 98(6): 1058-1076.
- [5] 何雪云, 宋荣方, 周克琴. 基于压缩感知的 OFDM 系统稀疏信道估计新方法研究 [J]. 南京邮电大学学报: 自然科学版, 2010, 30(2): 60-65.
- [6] 于华楠, 郭树旭. 基于压缩感知的 MIMO-OFDM 水声通信信道估计算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(6): 1452-1456.
- [7] TROPP J, GILBERT A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [8] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [9] CANDES E, TAO T. Decoding by linear programming [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [10] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [11] NEEDELL D, VERSHYNIN D. Uniform uncertainty principle and signal recovery via orthogonal matching pursuit [J]. Foundations of Computational Mathematics, 2009, 9(3): 317-334.
- [12] NEEDELL D, TROPP J. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301-321.

(下转第 19 页)



(1);37-47.

阈值图像分割法[J].应用光学,2010,31(6):961

[10] 任朝栋,张全法,李焕,等.快速消除车辆阴影的多

-964.

## An Adaptive Double Thresholds Algorithm of Detecting Moving Objects

ZHANG Zhen, LI Dan-dan

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Due to the environmental change of the noise, different weather conditions and illumination, which influence the results of moving object detection, this paper proposed an adaptive double thresholds motion object mask algorithm. To improve the rate of motive vehicle recognition, this novel method first used multiple-frame average algorithm to initialize the background, and adopted functional chain neural network method to update the two of high and low thresholds dynamically, which can adjust to changeable illumination automatically. According to the motion mask algorithm, the region of the foreground and background was identified and the current background was updated. Then the region of the foreground object could be attained by dynamic double thresholds background difference method. Combined with the mathematical morphology method, much shadow was deleted and the foreground object was recognized correctly. The experimental results demonstrated that this detecting algorithm was more accurate and robust.

**Key words:** double thresholds; motion object mask; functional chain neural network; moving object detection

---

(上接第9页)

## Compressed Sensing Based Sparse Channel Estimation in MIMO-OFDM Systems

CHEN En-qing, XIANG Xiao-qiang, MU Xiao-min

(School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** In multiple-input multiple-output orthogonal frequency division multiplexing (MIMO-OFDM) wireless communication systems, traditional channel estimation methods did not make full use of the channel sparsity which leads to low precision estimation and low frequency spectrum utilization. Under the premise of time domain channel sparsity, this paper studies compressed sensing based sparse channel estimation in MIMO-OFDM systems, then introduces Orthogonal Matching Pursuit (OMP) and Subspace Pursuit (SP) compressed sensing methods in details and makes a comparative analysis with other commonly used algorithm. Theoretical analysis and simulation shows that the new channel estimation methods in spectrum utilization and performance than the traditional methods have improved significantly and are more efficient.

**Key words:** wireless communication system; sparse channel estimation; compressed sensing; multiple-input multiple-output; orthogonal frequency division multiplexing