

文章编号:1671-6833(2024)03-0119-08

# 基于平方根 UPF 的电力系统鲁棒预测状态估计

王要强<sup>1,2</sup>, 赵楷<sup>1,2</sup>, 王义<sup>1,2</sup>, 王克文<sup>1,2</sup>, 梁军<sup>1,3</sup>

(1. 郑州大学 电气与信息工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 郑州大学 河南省电力电子与电力系统工程技术研究中心, 河南 郑州 450001; 3. 卡迪夫大学, 英国 卡迪夫 CF243AA)

**摘要:**针对辅助预测状态估计器在迭代计算中会出现状态预测误差协方差矩阵不正定, 导致估计精度差甚至发散的问题, 提出了基于平方根 UPF 的电力系统鲁棒辅助预测状态估计。该方法采用两种数学方法: 矩阵 Cholesky 分解因子更新和矩阵 QR 分解, 引入平方根技术动态更新状态预测误差协方差矩阵以保持状态预测误差协方差矩阵的正定性。运用 MATLAB 进行仿真模拟测试, 结果表明: IEEE 30 节点系统非高斯噪声测试中, 平方根 UPF 电压相角的均方根误差平均值为 UPF 相应测试值的 0.09%, 平方根 UPF 电压幅值的均方根误差平均值为 UPF 相应测试值的 0.14%; IEEE 57 节点系统非高斯噪声测试中, 平方根 UPF 电压相角的均方根误差平均值为 UPF 相应测试值的 0.67%, 平方根 UPF 电压幅值的均方根误差平均值为 UPF 相应测试值的 0.57%。所提出的平方根 UPF 对解决辅助预测状态估计中状态预测误差协方差矩阵不正定的问题具有很好的效果, 具有更高估计精度和鲁棒性。

**关键词:**电力系统; 无迹粒子滤波; 鲁棒辅助预测状态估计; 不正定性; 平方根 UPF

**中图分类号:** TM744

**文献标志码:** A

**doi:**10.13705/j.issn.1671-6833.2023.06.005

电力系统状态估计最初主要研究静态状态估计 (static state estimation, SSE)。静态状态估计主要根据某一时刻断面的量测数据对电力系统进行实时状态估计。随着电力系统状态估计研究的深入发展, 出现了辅助预测状态估计 (forecasting-aided state estimation, FASE)。辅助预测状态估计不仅利用当前时刻量测信息, 还用到前一时刻的状态预测值, 同时获取电网运行状态的估计和预测值, 为电网能源管理系统提供可靠信息支撑<sup>[1-2]</sup>。

近年来, 研究人员围绕电网辅助预测状态估计模型的建立和估计方法设计开展了大量研究<sup>[3-5]</sup>。较早提出和应用的电力系统状态估计方法有扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF)。Hou 等<sup>[6]</sup>提出了基于 EKF 的电力系统状态估计方法, 针对非线性函数, 该方法对相关函数进行线性化, 采用泰勒级数的方法, 但其估计精度较低。Qi 等<sup>[7]</sup>提出无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF) 算法, 该方法采用确定性采样以近似非线性函数的概率分

布; 但是, 计算机的舍入误差会随着滤波计算不断累积, 最终使得协方差矩阵失去正定性<sup>[8]</sup>。为解决此问题, Yu 等<sup>[9]</sup>提出了平方根无迹卡尔曼滤波 (square root unscented Kalman filter, SRUKF)。该方法在 UKF 的基础上, 引入矩阵 QR 分解、Cholesky 分解 2 种数学方法, 利用状态协方差矩阵的平方根进行迭代计算。但值得注意的是, 以上研究所采用的卡尔曼滤波只能应用在高斯分布模型中。为不受高斯分布的影响, Emami 等<sup>[10]</sup>采用了粒子滤波 (particle filter, PF)。PF 是一种基于蒙特卡罗模拟的最优递归贝叶斯滤波方法, 其滤波精度很大程度上受所选择的建议密度函数影响。对此, 谢长君等<sup>[11]</sup>提出无迹粒子滤波, 利用 UKF 获得建议密度函数。但 UPF (unscented particle filter) 仍然面临状态预测误差协方差矩阵不正定的问题。

在 Chen 等<sup>[12]</sup>和王义等<sup>[13]</sup>采用电力系统辅助预测状态估计求重要性密度函数时, 由于采用了无迹粒子滤波的方法, 使得 UPF 带有与 UKF 类似的状态预

收稿日期: 2023-04-22; 修订日期: 2023-05-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (62203395); 河南省博士后科研启动项目 (202101011)

作者简介: 王要强 (1982—), 男, 河南平顶山人, 郑州大学教授, 博士, 主要从事新能源电力系统、电力变换与系统控制、电力系统运行与规划、综合能源分析与优化研究, E-mail: WangyqEE@163.com。

通信作者: 王义 (1992—), 男, 河南周口人, 郑州大学副教授, 博士, 主要从事电力系统状态估计、分析与控制研究, E-mail: yiwang@zzu.edu.cn。

引用本文: 王要强, 赵楷, 王义, 等. 基于平方根 UPF 的电力系统鲁棒预测状态估计[J]. 郑州大学学报(工学版), 2024, 45(3): 119-126, 142. (WANG Y Q, ZHAO K, WANG Y, et al. Robust forecasting state estimation of power system based on square root UPF[J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2024, 45(3): 119-126, 142.)

测误差协方差矩阵不正定的问题,降低了滤波精度,甚至中断滤波。因此,在动态导航、水下组合导航和移动机器人领域,Wei 等<sup>[14]</sup>、李厚全等<sup>[15]</sup>和宋宇等<sup>[16]</sup>对 UPF 存在的问题进行了初步探索,并指出通过引入平方根技术能够有效提升系统状态跟踪精度。基于此,为有效提升电力系统的状态估计精度,同时考虑到电力系统状态变量多、计算复杂度高影响,通过采用矩阵 QR 分解和 Cholesky 分解技术,求出状态预测误差协方差矩阵的平方根,以其平方根代替状态预测误差协方差矩阵进行迭代计算,建立了基于平方根 UPF(square root unscented particle filter, SRUPF)的电力系统辅助预测状态估计方法。最后,在仿真系统上进行测试,结果表明,所提方法能够有效克服状态预测误差协方差矩阵的不正定问题,获得较 UKF、SRUKF 和 UPF 更高的状态估计精度,鲁棒性更强。

## 1 电网辅助预测状态估计模型

一般来说,电力系统辅助预测状态估计模型由系统方程和量测方程构成<sup>[17-18]</sup>,如式(1)所示:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k) + w_k; \\ z_{k+1} = h(x_{k+1}) + v_{k+1} \end{cases} \quad (1)$$

式中:下标  $k$  和  $k+1$  表示时刻;  $x_k$  表示状态变量,其主要构成有节点电压相角和节点电压幅值;  $z_{k+1}$  表示量测值,其主要构成有节点电压相角、节点电压幅值、支路无功功率、支路有功功率、节点注入无功功率、节点注入有功功率;  $f(\cdot)$  表示系统方程,  $h(\cdot)$  表示量测方程,两者均为非线性函数;  $w_k$  表示系统噪声,  $v_k$  表示观测噪声,两者均服从零均值的高斯分布,协方差矩阵分别为  $Q$  和  $R$ 。

采用两参数指数平滑法构造电力系统辅助预测状态估计模型<sup>[19]</sup>。系统函数  $f(x)$  表示如下:

$$\begin{cases} \tilde{x}_{k+1} = a_k + b_k; \\ a_k = \alpha_H \hat{x}_k + (1 - \alpha_H) \tilde{x}_k; \\ b_k = \beta_H [a_k - a_{k-1}] + (1 - \beta_H) b_{k-1}. \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $a_k$  和  $b_k$  分别为两参数指数平滑法中的水平分量和倾斜分量;  $\alpha_H$  和  $\beta_H$  为两参数指数平滑法的平滑参数。式(2)整理后可得

$$f(\hat{x}_k) = \alpha_H \hat{x}_k + (1 - \alpha_H) \tilde{x}_k + \beta_H [a_k - a_{k-1}] + (1 - \beta_H) b_{k-1}. \quad (3)$$

## 2 基于 SRUPF 的电力系统辅助预测状态估计

### 2.1 UPF 基本原理

UPF 在采样阶段利用 UKF 作为重要性密度函

数生成预测粒子,执行预测步得到预测后 Sigma 点

集均值  $\tilde{x}_{k+1|k}^j$  和状态预测误差协方差矩阵  $\tilde{P}_{k+1|k}^j$ :

$$\zeta_{k+1|k,i}^j = f(\chi_{k|k,i}^j) + Q_k; \quad (4)$$

$$\tilde{x}_{k+1|k}^j = \sum_{i=0}^{2L} W_{i,m} \zeta_{k+1|k,i}^j; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{k+1|k}^j &= \sum_{i=0}^{2L} [W_{i,c} (\zeta_{k+1|k,i}^j - \tilde{x}_{k+1|k}^j) \cdot \\ &(\zeta_{k+1|k,i}^j - \tilde{x}_{k+1|k}^j)^T] + \sqrt{Q_k}. \end{aligned} \quad (6)$$

执行更新步更新 Sigma 点的量测均值和状态预测误差协方差矩阵:

$$\gamma_{k+1|k,i}^j = h(\zeta_{k+1|k,i}^j) + R_{k+1}; \quad (7)$$

$$\tilde{y}_{k+1|k}^j = \sum_{i=0}^{2L} W_{i,m} \gamma_{k+1|k,i}^j; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P_{y_{k+1}}^j &= \sum_{i=0}^{2L} [W_{i,c} (\gamma_{k+1|k,i}^j - \tilde{y}_{k+1|k}^j) \cdot \\ &(\gamma_{k+1|k,i}^j - \tilde{y}_{k+1|k}^j)^T] + R_{k+1}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P_{x_{k+1|y_{k+1}}}^j &= \sum_{i=0}^{2L} [W_{i,c} (\zeta_{k+1|k,i}^j - \tilde{x}_{k+1|k}^j) \cdot \\ &(\gamma_{k+1|k,i}^j - \tilde{y}_{k+1|k}^j)^T]. \end{aligned} \quad (10)$$

最后计算滤波增益并重采样。

以上过程在每步迭代计算时将观测量融入状态估计,为每个粒子计算均值和状态预测误差协方差矩阵建立合理的粒子分布。但是粒子的状态预测误差协方差矩阵在迭代计算过程中会出现不正定现象,导致程序运行时出现矩阵具有奇异性的警告,甚至中断运行程序。

### 2.2 SRUPF 基本原理

SRUPF 的基本思想是通过引入两种数学方法,动态更新状态预测误差协方差矩阵的平方根,从而提高 UPF 算法的准确性、效率和稳定性。

与 UPF 相比,SRUPF 可以减少累积误差和计算量。这是因为在 UPF 中,在生成每个 Sigma 点时,都需对状态预测误差矩阵  $P_k^j$  进行 1 次开方计算,这将极大增加 UPF 的计算量。而且在这个大量的开方计算过程中,会增加计算误差,并在不断的迭代过程中累积。

而采用 SRUPF 则可以直接通过上一次迭代滤波取得的状态预测误差矩阵  $P_k^j$  平方根直接生成 Sigma 点,省去了对状态预测误差矩阵  $P_k^j$  进行开方的计算量,减少了累积误差。

SRUPF 不仅可以减小累积误差和计算量,而且能增强算法稳定性。这是因为在 UPF 中,迭代计算中累积的截断误差、初始预测误差协方差矩阵设置不当和量测信号传输过程中引入的非高斯噪声等,

这些因素会使得状态预测误差矩阵  $P_k^j$  出现异常值。随着滤波过程迭代进行,最终导致预测误差协方差矩阵  $P_k^j$  不能在迭代计算中开方以生成 Sigma 点,滤波中断。针对这些问题,平方根 UPF 采用 Cholesky 分解因子更新和矩阵 QR 分解的方法求取状态预测误差协方差矩阵的平方根,从而取代状态预测误差协方差矩阵来完成滤波计算,增强算法稳定性,防止滤波发散<sup>[20]</sup>。该方法通过 QR 分解和 Cholesky 分解因子更新实现。

(1) QR 分解。矩阵  $A^T$  可被分解为

$$A^T = QR; \quad (11)$$

式中:  $R$  为一个上三角矩阵;  $Q$  为一个正交矩阵。如果  $P = AA^T$ , 那么矩阵  $P$  就可进行平方根分解:

$$P = AA^T = (QR)^T(QR) = R^T Q^T Q R = R^T R. \quad (12)$$

其中  $R^T$  为矩阵  $P$  的 Cholesky 因子。

(2) Cholesky 分解因子更新。 $P = SS^T$  可表示为  $S = \text{chol}(P)$ ,  $S$  为  $P$  的 Cholesky 因子,为下三角矩阵。因此,矩阵  $P \pm UU^T$  的 Cholesky 分解因子更新可表示为  $\text{cholupdate}(S, U, \pm 1)$ 。

通过以上分解更新,状态预测误差协方差矩阵就可由状态预测误差协方差矩阵的平方根进行替代计算,并在下一次迭代计算时直接代入状态预测误差协方差矩阵平方根进行计算,无须再对状态预测误差协方差矩阵进行开方运算,从而避免矩阵不正定无法开方的问题,提高了计算效率和准确度。

在 UPF 计算中,为提高计算精度可增加粒子数目,这样在每次迭代计算时,每个粒子生成 3 个 Sigma 点,总 Sigma 点数也会随着粒子数目的增加而成倍增加,使得 UPF 算法的计算量较大。平方根法通过减少每个 Sigma 点的计算量,可以减少 UPF 总计算量,从而有效提高 UPF 滤波精度和鲁棒性。

### 2.3 算法流程

图 1 给出了本文所提 SRUPF 辅助预测状态估计流程。运用 SRUPF 方法对电网进行动态状态估计,具体步骤如下。

步骤 1 初始化。当  $k=0$  时,在初始状态变量  $x_0$  附近生成初始粒子集,  $x_0^j \sim P(x_0)$ , 其中,  $P(\cdot)$  为概率分布函数,  $j=1, 2, \dots, M$ 。初始权值设为  $\omega_0^i = 1/M$ ,  $M$  表示粒子个数。

步骤 2 采用 Sigma 点比例修正采样,构造 Sigma 采样点  $x_{klk,i}^j$  和权值  $W_{i,m}, W_{i,c}$ :

$$W_{i,m} = \begin{cases} \frac{\lambda}{L + \lambda}, & i = 0; \\ \frac{1}{2(L + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2L. \end{cases} \quad (13)$$

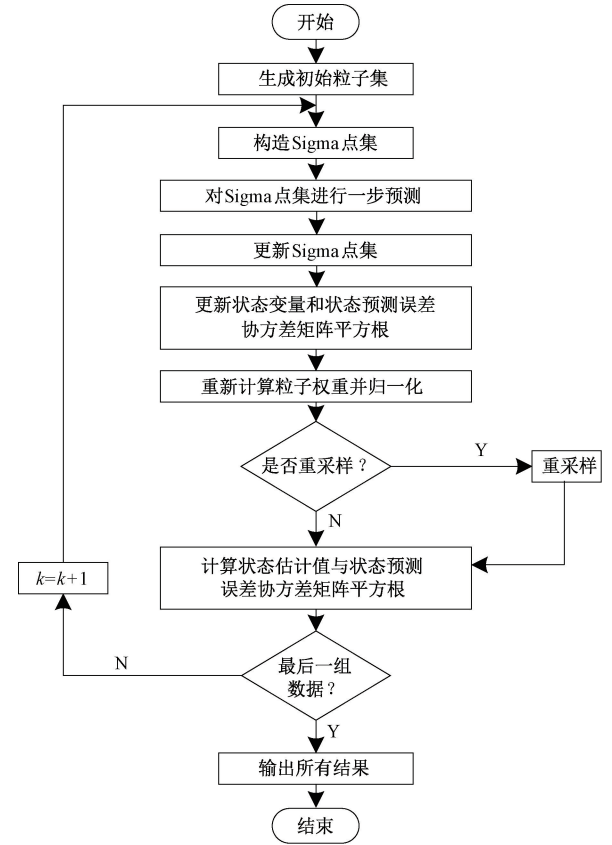


图 1 SRUPF 流程图

Figure 1 Flow chart of SRUPF program

$$W_{i,c} = \begin{cases} \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 + \beta - \alpha^2), & i = 0; \\ \frac{1}{2(L + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2L. \end{cases} \quad (14)$$

$$x_{klk,i}^j = \begin{cases} x_k^j, & i = 0; \\ x_k^j + (\sqrt{(L + \lambda)} S_k^j)_i, & i = 1, 2, \dots, L; \\ x_k^j - (\sqrt{(L + \lambda)} S_k^j)_i, & i = L + 1, L + 2, \dots, 2L. \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $\alpha$  为比例修正因子,通常决定 Sigma 点围绕  $x_k^j$  的波动范围;  $\beta$  包含  $x$  分布的先验知识;  $L$  为状态变量维数;  $\lambda = \alpha^2 (L + k_f) - L$ ,  $\lambda$  为缩放比例参数,  $k_f$  为第 2 个尺度参数,在状态估计中通常取 0;  $S_k^j$  表示各粒子  $k$  时刻状态量的协方差矩阵的平方根。

步骤 3 由两参数指数平滑法构造的电力系统动态状态参数模型对 Sigma 点集进行一步预测,通过式(2)系统方程  $f(x)$  得到预测后的点集  $\xi_{k+1k,i}^j$  和其均值  $\tilde{x}_{k+1k}^j$ :

$$\xi_{k+1k,i}^j = f(x_{klk,i}^j) + Q_k; \quad (16)$$

$$\tilde{x}_{k+1k}^j = \sum_{i=0}^{2L} W_{i,m} \xi_{k+1k,i}^j; \quad (17)$$

$$A_{k+1k,i}^j = \sqrt{W_{i,c}} (\xi_{k+1k,i}^j - \tilde{x}_{k+1k}^j). \quad (18)$$

与式(6)直接求状态预测误差协方差矩阵  $\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k}^j$  相比,式(18)先求  $\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j$ , 于是由式(6)可知  $\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k}^j = [\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{Q}_k}] \cdot [\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{Q}_k}]^T$ 。

求得  $\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j$  后,通过式(19)中 QR 分解和式(20)中 Cholesky 分解因子更新来求协方差矩阵的平方根  $\tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j$ :

$$\tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j = qr([\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{Q}_k}])^T; \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j = \text{cholupdate}(\tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j, \boldsymbol{\zeta}_{k+1|k,0}^j - \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^j, \sqrt{W_{0,c}}). \quad (20)$$

式中:cholupdate( $\cdot$ )为 MATLAB 函数,表示该式将返回  $\mathbf{C} - \mathbf{U}_{k+1}^j \cdot \mathbf{U}_{k+1}^{jT}$  的 Cholesky 因子; $qr(\cdot)$ 表示求  $[\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{Q}_k}]^T$  的 QR 分解,即  $[\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{Q}_k}]^T = \mathbf{D} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j$ , 其中  $\mathbf{D}$  为正交阵。

于是  $\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k}^j = [\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{Q}_k}] \cdot [\mathbf{A}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{Q}_k}]^T = (\mathbf{D} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j)^T \cdot (\mathbf{D} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j) = \tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^{jT} \cdot \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j = \tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^{jT} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j$ , 其中  $\tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j$  为状态预测误差协方差矩阵的平方根。

步骤4 更新 Sigma 点集。将点集  $\boldsymbol{\zeta}_{k+1|k,i}^j$  代入量测方程  $h(\cdot)$  求得更新后的量测值  $\boldsymbol{\gamma}_{k+1|k,i}^j$ , 然后计算 Sigma 点的量测均值  $\tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k}^j$ 。与上一步类似,求量测值的自协方差矩阵的平方根矩阵  $\mathbf{S}_{y_{k+1}}^j$ , 而这一步在 UPF 中则是求自协方差矩阵  $\mathbf{P}_{y_{k+1}}^j$ :

$$\boldsymbol{\gamma}_{k+1|k,i}^j = h(\boldsymbol{\zeta}_{k+1|k,i}^j) + \mathbf{R}_{k+1}; \quad (21)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k}^j = \sum_{i=0}^{2L} W_{i,m} \boldsymbol{\gamma}_{k+1|k,i}^j; \quad (22)$$

$$\mathbf{B}_{k+1|k,i}^j = \sqrt{W_{i,c}} (\boldsymbol{\gamma}_{k+1|k,i}^j - \tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k}^j); \quad (23)$$

$$\mathbf{S}_{y_{k+1}}^j = qr(\mathbf{B}_{k+1|k,i}^j, \sqrt{\mathbf{R}_{k+1}}); \quad (24)$$

$$\mathbf{S}_{y_{k+1}}^j = \text{cholupdate}(\mathbf{S}_{y_{k+1}}^j, \boldsymbol{\gamma}_{k+1|k,i}^j - \tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k}^j, \sqrt{W_{0,c}}). \quad (25)$$

步骤5 计算卡尔曼增益  $\mathbf{K}_{k+1}^j$ , 并更新系统的状态变量  $\mathbf{x}_{k+1}^j$  和状态预测误差协方差矩阵的平方根;  $\mathbf{S}_{y_{k+1}}^j$  为上一步预测值更新部分计算得到量测值的自协方差矩阵平方根;  $\mathbf{P}_{x_{k+1}|y_{k+1}}^j$  为式(10)计算得到的预测值和量测值的互协方差平方根矩阵。

$$\mathbf{K}_{k+1}^j = \mathbf{P}_{x_{k+1}|y_{k+1}}^j ((\mathbf{S}_{y_{k+1}}^j)^T \cdot \mathbf{S}_{y_{k+1}}^j)^{-1}; \quad (26)$$

$$\mathbf{x}_{k+1}^j = \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^j + \mathbf{K}_{k+1}^j (\mathbf{y}_{k+1} - \tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k}^j); \quad (27)$$

$$\mathbf{U}_{k+1}^j = (\mathbf{S}_{y_{k+1}}^j)^T \cdot \mathbf{K}_{k+1}^j; \quad (28)$$

$$\mathbf{S}_{k+1}^j = \text{cholupdate}(\tilde{\mathbf{S}}_{k+1|k}^j, \mathbf{U}_{k+1}^j, ' - '). \quad (29)$$

步骤6 重新计算粒子权重  $w_{k+1}^j$  并归一化:

$$\hat{w}_{k+1}^j = \hat{w}_k^j \frac{p(y_{k+1} | \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^j) p(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^j | \tilde{\mathbf{x}}_k^j)}{q(\mathbf{x}_{k+1}^j | \mathbf{x}_{0:k}^j, \mathbf{y}_{1:k+1})}; \quad (30)$$

$$w_{k+1}^j = \frac{\hat{w}_{k+1}^j}{\sum_{j=1}^n \hat{w}_{k+1}^j}. \quad (31)$$

步骤7 重采样,解决粒子在采样过程中出现粒子退化的问题。根据归一化权重,对粒子集合进行复制与淘汰,并计算重采样后的均值。

步骤8 重采样完成后,若不是最后一组数据,则将状态量估计值  $\mathbf{x}_{k+1}^j$  和已计算出的状态预测误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1}^j$  的平方根  $\mathbf{S}_{k+1}^j$  代入第2步,构造 Sigma 点进行新一轮迭代计算。在进行下一轮计算时,式(15)中无须对  $\mathbf{P}_{k+1}^j$  求取平方根,从而解决了预测误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1}^j$  不正定而无法开方的问题。

步骤9 迭代计算完成后,输出状态量的估计值。

### 3 算例分析

本文在 IEEE 30 节点和 IEEE 57 节点系统上进行仿真测试。30 节点系统虽然节点数较少,但其系统设计主要考虑了非高斯噪声环境<sup>[21]</sup>,更适合验证本文所提方法的稳定性。57 节点系统通过样条函数插值法对日负荷曲线进行模拟能较好地保持原负荷曲线的重要特征<sup>[22]</sup>,其准确度比 30 节点系统更高,仿真模拟真实电力系统的效果更好。

为量化评估不同滤波方法的状态估计,通过均方根误差 RMSE 来测量估计值与真值间的误差<sup>[23]</sup>,其表达式如下:

$$RMSE(k) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\hat{x}_{k,i} - x_{k,i})^2}. \quad (32)$$

式中: $L$  表示状态量维数;  $\hat{x}_{k,i}$  表示状态量估计值的第  $i$  个分量;  $x_{k,i}$  表示状态量真值的第  $i$  个分量。均方根误差体现了滤波估计的平均估计效果,均方根误差值越小说明估计值越接近真值。

#### 3.1 高斯噪声测试

本文在潮流计算结果上添加随机量测误差形成量测数据<sup>[24]</sup>。正常高斯噪声环境的具体设置如下: IEEE 30 节点系统的系统噪声协方差矩阵  $\mathbf{Q} = 10^{-8} \mathbf{I}_{59 \times 59}$ , 观测噪声协方差矩阵  $\mathbf{R} = 10^{-8} \mathbf{I}_{172 \times 172}$ ; IEEE 57 节点系统的系统噪声协方差矩阵  $\mathbf{Q} = 10^{-6} \mathbf{I}_{113 \times 113}$ , 观测噪声协方差矩阵  $\mathbf{R} = 10^{-7} \mathbf{I}_{331 \times 331}$ ; 本文所测试的滤波方法采样方式均为系统重采样; 粒



子数 100 个;仿真程序总运算时间为 1 440 min。

测试结果如图 2 和图 3 所示。从图 2、3 中可以看出,SRUPF 状态估计曲线几乎与真实值重合,其估计精度远高于 UKF、SRUKF 和 UPF。

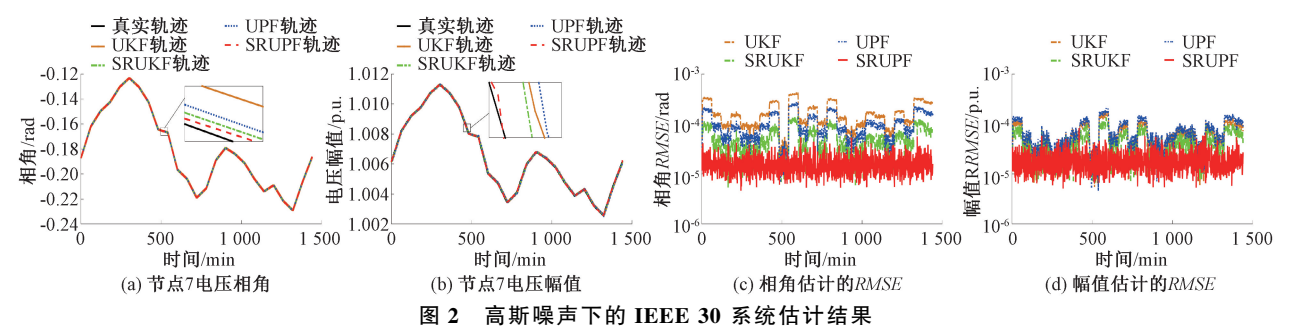


Figure 2 Estimation results of IEEE 30 with Gaussian noises

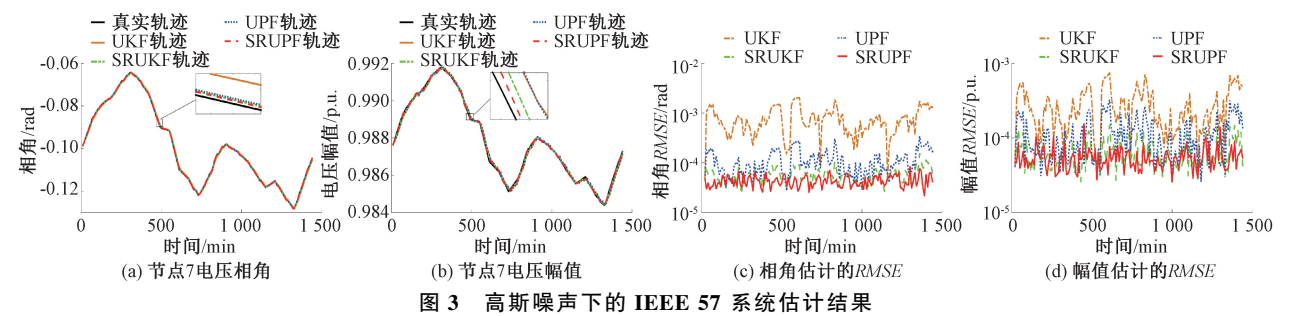


Figure 3 Estimation results of IEEE 57 with Gaussian noises

为更直观地比较 UKF、SRUKF、UPF 与 SRUPF 方法的状态估计结果与性能,表 1 和表 2 进一步给出不同方法电压相角和幅值  $RMSE$  的平均值和最大值。其中 SRUPF 方法的均方根误差性能指标明显优于 UKF、SRUKF 和 UPF 方法,上述结果证明了本文所提出的 SRUPF 方法的精确性。

表 1 高斯噪声下的 IEEE 30 节点系统均方根误差

算法	电压相角 $RMSE/10^{-7}$ rad		电压幅值 $RMSE/10^{-7}$ p. u.	
	平均值	最大值	平均值	最大值
UKF	1.795	4 210.084	0.519	1 812.139
SRUKF	0.476	1 423.494	0.301	1 345.965
UPF	1.080	2 720.253	0.642	2 072.465
SRUPF	0.105	565.378	0.180	827.078

表 2 高斯噪声下的 IEEE 57 节点系统均方根误差

算法	电压相角 $RMSE/10^{-7}$ rad		电压幅值 $RMSE/10^{-7}$ p. u.	
	平均值	最大值	平均值	最大值
UKF	92.448	20 147.523	31.649	7 236.009
SRUKF	5.713	1 277.302	2.729	1 832.724
UPF	13.738	2 896.673	9.439	3 588.059
SRUPF	2.663	999.792	4.178	1 078.210

3.2 预测误差协方差矩阵非正定性测试

在 UPF 滤波过程中,由于噪声和计算误差的影

响,状态协方差矩阵会出现非正定<sup>[25]</sup>。为了验证 SRUPF 方法针对此工况的有效性,本文在 IEEE 30 和 IEEE 57 测试系统上进行测试。

在 IEEE 30 测试系统上进行的测试中,当初始预测误差协方差矩阵  $P_0^i = 10^{-2}I_{59 \times 59}$  时,用 UPF 方法的状态估计在运行过程中出现预测误差协方差矩阵不正定,运行程序中断;当初始预测误差协方差矩阵  $P_0^i = 10^{-1}I_{59 \times 59}$  时,用 UKF 方法的状态估计在运行过程中出现预测误差协方差矩阵非正定,运行程序中断。初始预测误差协方差矩阵的值设置越大,运行程序越早出现非正定。设初始协方差  $P_0^i = 10^{-1}I_{59 \times 59}$ ,系统噪声与正常工况一致,  $Q = 10^{-8}I_{59 \times 59}$ ,粒子数为 100,用 SRUPF 方法的状态估计误差均方根见表 3。

在 IEEE 57 测试系统上进行的仿真测试中,当初始预测误差协方差矩阵  $P_0^i = 10^{-1}I_{113 \times 113}$  时,用 UPF 方法的状态估计在运行过程中出现预测误差协方差矩阵非正定,运行程序中断;当初始预测误差协方差矩阵  $P_0^i = 0.5I_{113 \times 113}$  时,用 UKF 方法的状态估计在运行过程中出现预测误差协方差矩阵非正定,运行程序中断。初始预测误差协方差矩阵的值越大,运行程序越早出现非正定。设初始协方差  $P_0^i = 0.5I_{113 \times 113}$ ,系统噪声与正常工况一致,  $Q = 10^{-6}I_{113 \times 113}$ ,粒子数为 100,仿真程序总运算时间为 1 440 min,用 SRUPF 方法的状态估计误差均方根见表 3。

表 3 SRUPF 均方根误差

Table 3 RMSE of SRUPF

应用系统	电压相角 $RMSE/10^{-5}$ rad		电压幅值 $RMSE/10^{-5}$ p.u.	
	平均值	最大值	平均值	最大值
IEEE 30	1.9	453.9	5.6	986.6
IEEE 57	1.1	453.9	5.4	977.7

由表 3 可知,由于 SRUPF 采用状态预测估计协方差矩阵的平方根进行迭代计算,避免了每次迭代过程中对状态预测估计协方差矩阵的平方根的计算,保证了状态预测估计协方差矩阵的正定性,较 UKF、SRUKF 和 UPF 方法具有更强的鲁棒性,实现电网状态精确估计。

3.3 非高斯噪声测试

量测信息在传输时,通信信道中存在噪声污染,使得量测噪声的统计特性不服从高斯分布,影响状态估计精度<sup>[26]</sup>。为验证所提方法针对此种情形的估计性能,在 IEEE 30 系统和 IEEE 57 系统中,分别使用 UKF、平方根 UKF、UPF 和 SRUPF 方法对系统状态进行估计跟踪。

在 IEEE 30 节点系统中,设定量测噪声的协方差矩阵存在不确定性,偏离真实噪声。设置量测方程中 5% 的量测噪声协方差矩阵  $R = 10^{-10}I_{172 \times 172}$ , 95% 的量测噪声协方差矩阵与正常工况一致,设  $R = 10^{-8}I_{172 \times 172}$ 。系统噪声与正常工况一致,为  $Q = 10^{-8}I_{59 \times 59}$ ;在 IEEE 57 系统中,设置量测方程中 5%

的量测噪声协方差矩阵  $R = 10^{-12}I_{331 \times 331}$ , 95% 的量测噪声协方差矩阵与正常工况一致,设为  $R = 10^{-7}I_{331 \times 331}$ ;系统噪声与正常工况一致,为  $Q = 10^{-6}I_{113 \times 113}$ 。粒子数为 100,仿真程序总运算时间为 1 440 min。测试结果如图 4、5 所示。表 4 和表 5 给出了电压相角和电压幅值 RMSE 的平均值和最大值。

由上述结果可知,IEEE 30 节点系统非高斯噪声测试中,SRUPF 电压相角的均方根误差平均值约为 UPF 的 0.09%,SRUPF 电压幅值的均方根误差平均值约为 UPF 的 0.14%;IEEE 57 节点系统非高斯噪声测试中,SRUPF 电压相角的均方根误差平均值约为 UPF 的 0.67%,SRUPF 电压幅值的均方根误差平均值约为 UPF 的 0.57%。综上所述,非高斯噪声测试中 SRUPF 的均方根误差约为 UPF 的均方根误差的千分之一。可见本文提出的 SRUPF 方法在非高斯噪声环境下依然能够实现系统状态的精确估计,较 UPF 和 UKF 具有更强的鲁棒性。

3.4 3 种工况耗时情况

表 6 为高斯噪声工况、非高斯噪声工况和不定测试工况耗时。由表 6 可知,与 UPF 相比,SRUPF 在 3 种工况下用时均少于 UPF,减少了计算量。但 SRUPF 用时多于 UKF 和 SRUKF,这是由于 SRUPF 为提高滤波精度而生成粒子,从而增加了计算时长。对于 SRUPF 运算时长的的问题,以后仍需进行更多的深入研究。

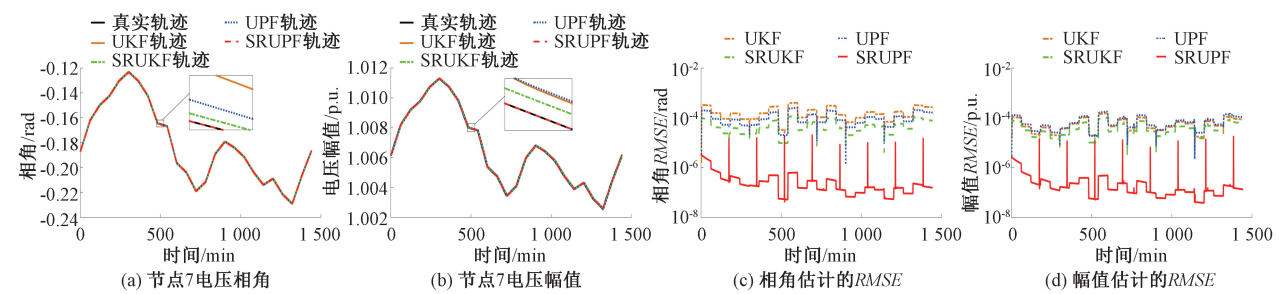


图 4 非高斯噪声下的 IEEE 30 系统估计结果

Figure 4 Estimation results of IEEE 30 with non-Gaussian noises

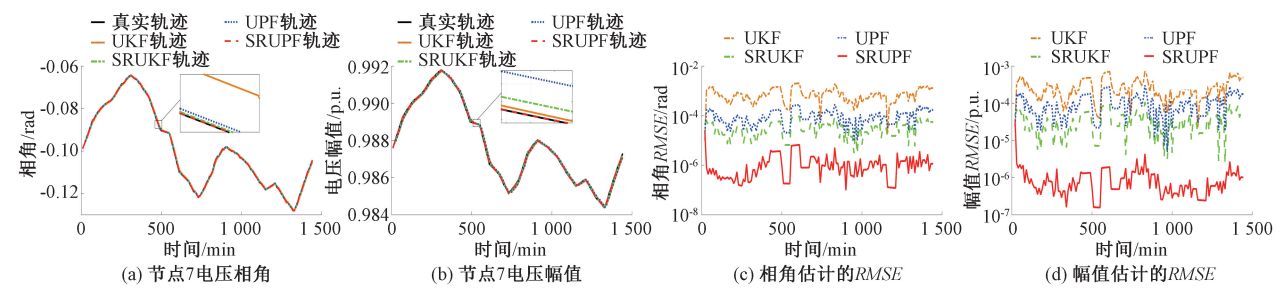


图 5 非高斯噪声下的 IEEE 57 系统估计结果

Figure 5 Estimation results of IEEE 57 with non-Gaussian noises

表 4 非高斯噪声下的 IEEE 30 节点系统均方根误差

Table 4 RMSE of IEEE 30 bus system with non-Gaussian noises

算法	电压相角 $RMSE/10^{-7}$ rad		电压幅值 $RMSE/10^{-7}$ p. u.	
	平均值	最大值	平均值	最大值
UKF	1.840	4 060.966	0.596	1 535.144
SRUKF	0.536	1 230.758	0.425	1 024.583
UPF	1.127	2 542.705	0.737	1 789.942
SRUPF	0.001	212.123	0.001	186.921

表 5 非高斯噪声下的 IEEE 57 节点系统均方根误差

Table 5 RMSE of IEEE 57 bus system with non-Gaussian noises

算法	电压相角 $RMSE/10^{-7}$ rad		电压幅值 $RMSE/10^{-7}$ p. u.	
	平均值	最大值	平均值	最大值
UKF	91.023	20 331.634	34.068	7 277.320
SRUKF	3.862	940.854	4.207	1 076.032
UPF	11.946	2 865.722	12.355	3 037.291
SRUPF	0.080	211.033	0.071	320.641

表 6 高斯噪声工况、非高斯噪声工况和不定测试工况耗时

Table 6 The times of Gaussian noises conditions, non-Gaussian noises conditions, and non positive test conditions

工况	算法	耗时/s	
		IEEE 30 节点	IEEE 57 节点
高斯噪声测试	UKF	228.584	498.275
	SRUKF	232.236	479.828
	UPF	7 499.253	66 116.270
	SRUPF	6 324.241	34 912.950
非正定性测试	SRUPF	3 438.041	65 613.870
非高斯噪声测试	UKF	221.456	560.743
	SRUKF	226.382	550.574
	UPF	6 865.264	66 284.063
	SRUPF	6 132.694	35 330.911

4 结论

针对状态预测误差协方差矩阵非正定性引起的辅助预测状态估计精度降低甚至滤波发散问题,本文在 UPF 框架下,引入平方根技术,建立了一种基于 SRUPF 方法的电力系统动态状态估计方法。进行仿真测试,得出结论如下。

(1)在辅助预测状态估计的迭代计算过程中,SRUPF 方法可以降低截断误差累积,保持状态预测误差协方差矩阵的正定性,提高估计精度。

(2)采用状态预测误差协方差矩阵的平方根  $S$  替代状态预测误差协方差矩阵  $P$  进行运算,能够避免每次迭代过程中对状态预测误差协方差矩阵平方根的计算,有效克服状态预测误差协方差矩阵的非正定性,提高了辅助预测状态估计的鲁棒性。

(3)在非高斯噪声情况下,SRUPF 方法较 UPF

和 UKF 具有更好的精确性和鲁棒性。

参考文献:

[1] MA W T, QIU J Z, LIU X H, et al. Unscented Kalman filter with generalized correntropy loss for robust power system forecasting-aided state estimation [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15 (11): 6091-6100.

[2] 刘朋成, 项中明, 江全元, 等. 基于鲁棒容积卡尔曼滤波的同步发电机实时动态状态估计方法[J]. 电网技术, 2019, 43(8): 2860-2867.

LIU P C, XIANG Z M, JIANG Q Y, et al. Real-time dynamic state estimation method of synchronous generator based on robust volume Kalman filter[J]. Power System Technology, 2019, 43(8): 2860-2867.

[3] 艾蔓桐, 孙永辉, 王义, 等. 基于插值  $H_{\infty}$  扩展卡尔曼滤波的发电机动态状态估计[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(19): 5846-5853, 5942.

AI M T, SUN Y H, WANG Y, et al. Dynamic state estimation for synchronous machines based on interpolation  $H_{\infty}$  extended Kalman filter [J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(19): 5846-5853, 5942.

[4] 黄蔓云, 王天昊, 卫志农, 等. 基于长短期记忆网络的 UKF 动态谐波状态估计[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(11):1-11.

HUANG M Y, WANG T H, WEI Z N, et al. Dynamic harmonic state estimation of an unscented Kalman filter based on long short-term memory neural networks[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11):1-11.

[5] 侯栋宸, 季嘉泓, 王建喜, 等. 基于伪量测自适应插值策略的发电机动态状态估计[J]. 高电压技术, 2021, 47(7): 2359-2366.

HOU D C, JI J H, WANG J X, et al. Dynamic state estimation for synchronous machines based on pseudo measurement adaptive interpolation strategy[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(7): 2359-2366.

[6] HOU D C, SUN Y H, ZHANG L C, et al. Robust forecasting-aided state estimation considering uncertainty in distribution system[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2022, PP(99):1-9.

[7] QI J J, SUN K, WANG J H, et al. Dynamic state estimation for multi-machine power system by unscented Kalman filter with enhanced numerical stability [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(2): 1184-1196.

[8] ZHAO J B, MILI L, GÓMEZ-EXPÓSITO A. Constrained robust unscented Kalman filter for generalized dynamic state estimation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(5): 3637-3646.

[9] YU S S, FAN X Q, CHAU T K, et al. Square-root sig-

- ma-point filtering approach to state estimation for wind turbine generators in interconnected energy systems[J]. IEEE Systems Journal, 2021, 15(2): 1557-1566.
- [10] EMAMI K, FERNANDO T, IU H H C, et al. Particle filter approach to dynamic state estimation of generators in power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(5): 2665-2675.
- [11] 谢长君, 费亚龙, 曾春年, 等. 基于无迹粒子滤波的车载锂离子电池状态估计[J]. 电工技术学报, 2018, 33(17): 3958-3964.  
XIE C J, FEI Y L, ZENG C N, et al. State-of-charge estimation of lithium-ion battery using unscented particle filter in vehicle[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(17): 3958-3964.
- [12] CHEN L, CHEN J, WANG H M, et al. Remaining useful life prediction of battery using a novel indicator and framework with fractional grey model and unscented particle filter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(6): 5850-5859.
- [13] 王义, 孙永辉, 南东亮, 等. 考虑参数不确定性影响的发电机动态状态估计方法[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(4): 110-118.  
WANG Y, SUN Y H, NAN D L, et al. Dynamic state estimation method for generator considering influence of parameter uncertainties[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(4): 110-118.
- [14] WEI W H, GAO S S, ZHONG Y M, et al. Adaptive square-root unscented particle filtering algorithm for dynamic navigation[J]. Sensors, 2018, 18(7): 2337.
- [15] 李厚全, 刘莫尘, 伍志海, 等. 球面单形平方根无迹粒子滤波在拖曳合成孔径声纳组合导航中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(4): 531-535.  
LI H Q, LIU M C, WU Z H, et al. Spherical simplex square-root unscented particle filter used in integrated navigation system of synthetic aperture sonar[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(4): 531-535.
- [16] 宋宇, 李庆玲, 康铁非, 等. 平方根容积 Rao-blackwillised 粒子滤波 SLAM 算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(2): 357-367.  
SONG Y, LI Q L, KANG Y F, et al. SLAM with square-root cubature Rao-blackwillised particle filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(2): 357-367.
- [17] 赵晋泉, 邓晖, 吴小辰, 等. 基于广域响应的电力系统暂态稳定控制技术评述[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(5): 1-9.  
ZHAO J Q, DENG H, WU X C, et al. Review on power system transient stability control technologies based on PMU/WAMS[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(5): 1-9.
- [18] ZHAO J B, NETTO M, HUANG Z Y, et al. Roles of dynamic state estimation in power system modeling, monitoring and operation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(3): 2462-2472.
- [19] 赵洪山, 田甜. 基于自适应无迹卡尔曼滤波的电力系统动态状态估计[J]. 电网技术, 2014, 38(1): 188-192.  
ZHAO H S, TIAN T. Dynamic state estimation for power system based on an adaptive unscented Kalman filter[J]. Power System Technology, 2014, 38(1): 188-192.
- [20] 安军, 杨振瑞, 周毅博, 等. 基于平方根容积卡尔曼滤波的发电机动态状态估计[J]. 电工技术学报, 2017, 32(12): 234-240.  
AN J, YANG Z R, ZHOU Y B, et al. Dynamic state estimator for synchronous-machines based on square root cubature Kalman filter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(12): 234-240.
- [21] LEITE DA SILVA A M, DO COUTTO FILHO M B, DE QUEIROZ J F. State forecasting in electric power systems[J]. IEEE Proceedings. Part C: Generation, Transmission and Distribution, 1983, 130(5): 237-244.
- [22] 赵晖. 用样条插值法模拟典型日负荷曲线[J]. 电网技术, 1998, 22(5): 39-41, 45.  
ZHAO H. Simulation of typical daily load curve with spline interpolation[J]. Power System Technology, 1998, 22(5): 39-41, 45.
- [23] 葛立青, 刘青红, 王建锋, 等. 计及样本容量合理性的风电功率预测考核算法[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(18): 118-123, 136.  
GE L Q, LIU Q H, WANG J F, et al. Assessment algorithm for wind power prediction considering rationality of sample size[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(18): 118-123, 136.
- [24] 李扬, 李京, 陈亮, 等. 复杂噪声条件下基于抗差容积卡尔曼滤波的发电机动态状态估计[J]. 电工技术学报, 2019, 34(17): 3651-3660.  
LI Y, LI J, CHEN L, et al. Dynamic state estimation of synchronous machines based on robust cubature Kalman filter under complex measurement noise conditions[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(17): 3651-3660.
- [25] YU S S, GUO J H, CHAU T K, et al. An unscented particle filtering approach to decentralized dynamic state estimation for DFIG wind turbines in multi-area power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(4): 2670-2682.
- [26] ZHAO J B. Dynamic state estimation with model uncertainties using  $H_{\infty}$  extended Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1): 1099-1100.



Adsorption Characteristics of 4,4'-Thiodiphenol and Bisphenol F by Activated Carbon  
Derived from Furfural Residue

LI Lin<sup>1</sup>, LIU Chenglin<sup>1</sup>, HAN Xiuli<sup>1,2</sup>, CHANG Chun<sup>1,2</sup>, SONG Jiande<sup>3</sup>

( 1. School of Chemical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Henan Center for Outstanding Overseas Scientists, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 3. Henan Key Laboratory of Green Manufacturing of Biobased Chemicals, Puyang 457000, China)

**Abstract:** The activated carbon derived from furfural residue using steam activation was investigated for the adsorption 4,4'-thiodiphenol(TDP) and bisphenol F(BPF) from aqueous solution. Adsorption conditions including adsorption time, FRAC dosage, pH value, temperature and initial concentration were discussed. The results showed that adsorption equilibrium data of TDP and BPF onto FRAC were well described by the Sips and Koble-Corrigan isotherm models. Thermodynamic parameters revealed that the adsorption process of TDP and BPF on FRAC was spontaneous and exothermic process. The adsorption kinetics process of TDP and BPF conformed to the pseudo-second-order kinetic model. Besides, the adsorption of TDP and BPF on FRAC were mainly influenced by the hydrogen bonding, hydrophobic effect, electrostatic interaction and  $\pi-\pi$  interaction. At 298 K, the maximum adsorption capacities of FRAC for TDP and BPF were 5.408 3 mmol/g and 3.695 5 mmol/g, respectively, implying that the FRAC had a good application in endocrine disruptors wastewater treatment.

**Keywords:** adsorption; 4,4'-thiodiphenol; bisphenol F; activated carbon; furfural residue; adsorption mechanism; thermodynamics

(上接第 126 页)

Robust Forecasting State Estimation of Power System Based on Square Root UPF

WANG Yaoqiang<sup>1,2</sup>, ZHAO Kai<sup>1,2</sup>, WANG Yi<sup>1,2</sup>, WANG Kewen<sup>1,2</sup>, LIANG Jun<sup>1,3</sup>

( 1. School of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Henan Engineering Research Center of Power Electronics and Energy Systems, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 3. Cardiff University, Cardiff CF243AA, U. K. )

**Abstract:** In order to solve the problem of poor estimation accuracy and even divergence caused by the covariance matrix of state prediction error in iterative computation of forecasting-aided state estimators, in this study, a robust forecasting-aided state estimation for power systems based on SRUPF (square root unscented particle filter) was proposed. Two mathematical methods, matrix QR decomposition and matrix Cholesky factor update were adopted, and square root technology were introduced to dynamically update the state covariance matrix, thereby maintaining the positive definiteness of the state prediction error covariance matrix. The results of testing using MATLAB showed that in the non Gaussian noise testing of IEEE 30 systems, the average root mean square error of the SRUPF voltage phase angle was 0.09% of the corresponding test value of UPF, and the average root mean square error of the SRUPF voltage amplitude was 0.14% of the corresponding test value of UPF. In the IEEE 57 system non Gaussian noise test, the average root mean square error of the SRUPF voltage phase angle was 0.67% of the corresponding test value of the UPF, and the average root mean square error of the SRUPF voltage amplitude was 0.57% of the corresponding test value of the UPF. The SRUPF proposed in this paper had a good effect on solving the problem of non positive of the covariance matrix of state prediction errors in auxiliary predictive state estimation, with high estimation accuracy and robustness.

**Keywords:** power system; unscented particle filter; robust forecasting-aided state estimation; non-positive; SRUPF